

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 FÉVRIER 1956.

PRÉSIDENCE DE M. ARMAND DE GRAMONT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRAULIQUE. — *Sur la notion d'étranglement optimum dans le cas d'une cheminée d'équilibre avec apport de débit au-dessous de l'étranglement. Note (*)*
de M. LÉOPOLD ESCANDE.

Détermination d'un abaque donnant l'étranglement optimum et la montée correspondante en fonction des grandeurs relatives de la perte de charge p_0 et du débit d'apport q_a .

Soit $Q_a = q_a Q_0$ le débit d'apport, Q_0 le débit total absorbé par les turbines, p_0 et r_0 les pertes de charge dans le canal d'amenée et dans l'étranglement pour le débit Q_0 , $p'_0 = p_0(1 - q_a)^2$ la perte de charge dans le canal d'amenée pour le débit $Q_0 - Q_a$, $y'_m = r_0 - p'_0$ la surpression sous l'étranglement à l'instant zéro d'une fermeture complète instantanée et z'_m la cote maximum atteinte par le plan d'eau, les petites lettres désignant des grandeurs relatives.

L'étranglement optimum, correspondant à cette manœuvre de fermeture, doit réaliser l'égalité des contre-pressions, au début et à la fin de la montée, c'est-à-dire satisfaire à la condition :

$$y'_m = r_0 - p'_0 = z'_m.$$

Nous nous sommes proposé d'établir un abaque donnant, en fonction de p_0 et de q_a , la valeur de l'étranglement optimum r_0 et la montée correspondante z'_m .

Nous avons opéré, pour diverses valeurs constantes de p_0 , en faisant varier q_a :

1° Pour $p_0 = 0$, on a $p'_0 = 0$ et le problème est identique à celui qui se pose, en l'absence de débit d'apport, quel que soit celui-ci : la solution est donc connue et correspond, pour toutes les valeurs de q_a , à une valeur commune constante

$$r_0 = z'_m = 0,707$$

2° Pour $q_a = 0$, le problème est celui des chambres sans débit d'apport ; il a été résolu et les abaques de Calame et Gaden relatives à la fermeture donnent immédiatement en fonction de p_0 , l'étranglement optimum r_0 et la montée z'_m .

3° Pour $q_a = 1$, l'écoulement est très particulier. En effet, dans le régime permanent initial, l'eau est immobile dans le canal d'amenée et tout le débit Q_0 des turbines vient de l'apport Q_a . Au moment de la fermeture des turbines, il est facile de voir que la mise en vitesse vers le lac de l'eau située à l'intérieur du tunnel pose un problème rigoureusement identique à celui que l'on aurait dans un canal de fuite en charge, protégé par une cheminée à étranglement, lors d'une prise de charge instantanée des turbines. Or, on sait que l'oscillation obtenue dans ce dernier cas serait rigoureusement symétrique de celle qu'engendrerait une ouverture instantanée de 0 à Q_0 dans une chambre d'équilibre placée à l'extrémité aval d'une galerie d'amenée. Il résulte de ces diverses considérations que, pour $q_a = 1$, les valeurs cherchées de r_0 et z'_m correspondent, cette dernière au signe près, à celles que donne, pour l'étranglement optimum, l'abaque de Calame et Gaden relative aux manœuvres d'ouverture totale instantanée à partir de zéro.

4° La détermination de la courbe donnant r_0 en fonction de q_a , pour $p_0 = 1$, courbe dont on connaît déjà les extrémités relatives à $q_a = 0$ et $q_a = 1$, se fait très vite par approximations successives.

5° Les autres courbes, concernant les valeurs de p_0 autres que 0 et 1, se déterminent alors avec le minimum de tâtonnements, leur tracé étant presque intuitif, entre les courbes déjà obtenues ($p_0 = 0$ et $p_0 = 1$), compte tenu du fait que leurs points terminaux sont connus, pour $q_a = 0$ et $q_a = 1$.

Résultats obtenus. — L'abaque de la figure 1 donne r_0 en fonction de q_a pour les diverses valeurs de p_0 : les courbes obtenues passent par un minimum correspondant sensiblement à :

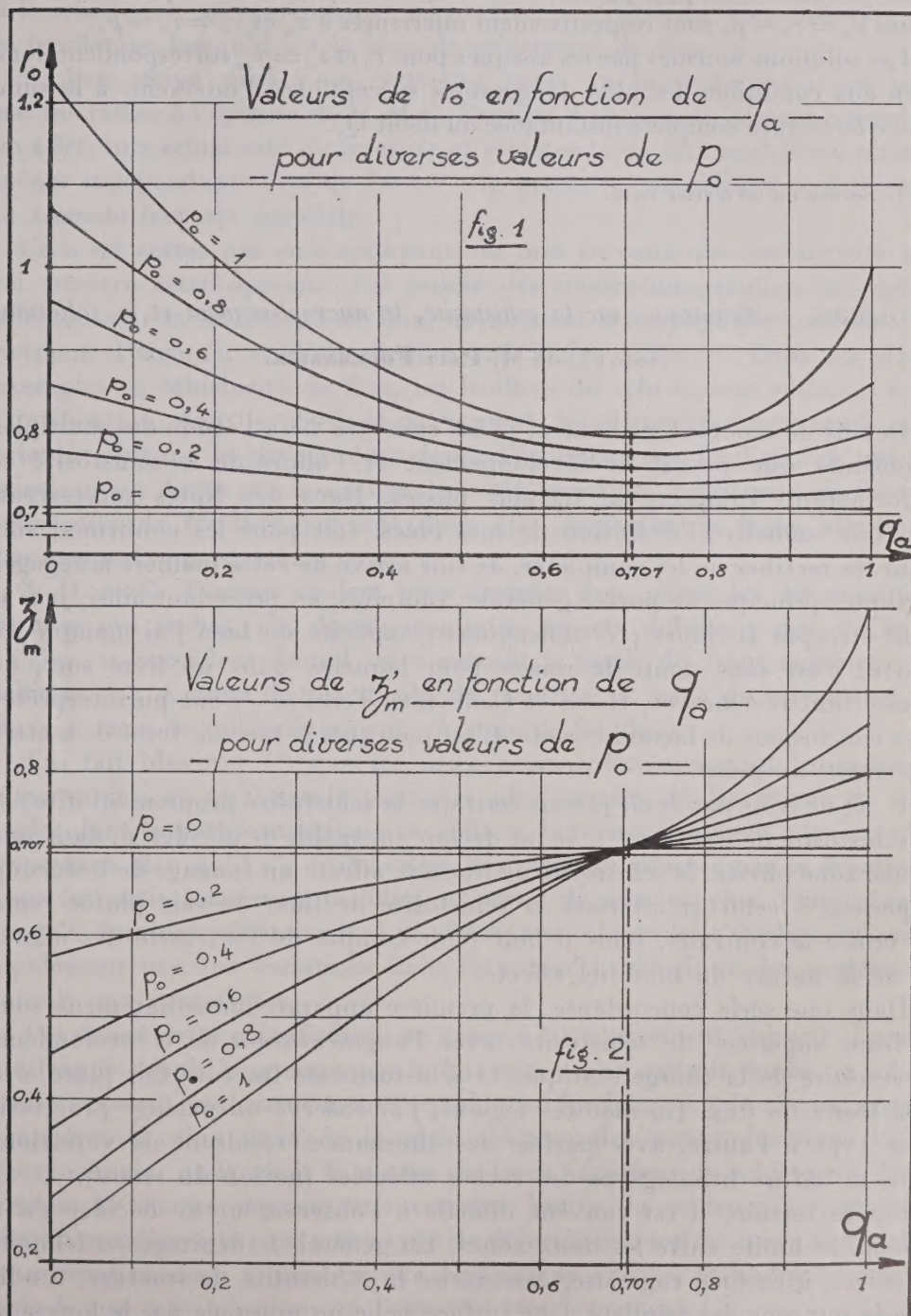
$$q_a = 0,707.$$

L'abaque de la figure 2 donne z'_m en fonction de q_a pour les diverses valeurs de p_0 : les courbes obtenues ont un point d'inflexion commun correspondant à $q_a = 0,707$ et $z'_m = 0,707$.

Ces deux abaques permettent de fixer immédiatement le choix de l'étranglement à adopter dans chaque cas particulier et de connaître, sans avoir à effectuer le moindre calcul, la valeur correspondante de la montée maximum du plan d'eau consécutive à une fermeture totale instantanée du débit maximum Q_0 des turbines.

Précisons que l'examen des constructions graphiques met en évidence le fait que la surpression à l'extrémité aval du canal au-dessous de l'étranglement demeure constamment inférieure aux valeurs égales y'_m et z'_m qu'elle possède au début et à la fin de la première montée du plan d'eau.

Remarque. — Dans l'exploitation d'une usine comportant un débit d'apport Q_a , à certaines périodes de l'année, le débit Q_a disparaît et l'usine fonc-



tionne alors à pleine charge avec le débit Q_0 provenant en totalité du canal d'amenée. Si un déclenchement intervient alors, la perte de charge initiale dans le canal étant $p_0 > p'_0$, la montée maximum z''_m et la surpression maximum $y''_m = r_0 - p_0$ sont respectivement inférieures à z'_m et $y'_m = r_0 - p'_0$.

Les solutions fournies par les abaques pour r_0 et $z'_m = y'_m$ correspondent donc bien aux conditions les plus dangereuses susceptibles d'intervenir à la suite d'une fermeture complète instantanée du débit Q_0 .

(*) Séance du 20 février 1956.

GÉOLOGIE. — *Remarques sur la schistosité, le microplissement et la foliation.*

Note (*) de M. **PAUL FOURMARIER**.

Depuis de nombreuses années, je me suis attaché à l'étude des multiples problèmes que posent le développement et l'allure de la schistosité et déformations connexes en terrains plissés. Dans des Notes successives, j'ai fait connaître l'évolution de mes idées, soit pour les confirmer, soit pour les rectifier ou les compléter. Je suis arrivé de cette manière à dégager quelques principes de portée générale; toutefois, en procédant ainsi, je n'ai peut-être pas toujours été suffisamment explicite ou bien j'ai manqué de clarté; c'est sans doute la raison pour laquelle, dans un livre sorti de presse tout récemment, Henri et Geneviève Termier ⁽¹⁾ ont pu interpréter mes conclusions de façon inexacte. C'est pourquoi je me vois forcé de mettre les choses au point.

1. Je ne crois pas avoir jamais écrit que la schistosité proprement dite est la schistosité de fracture ⁽²⁾. Je me déclare incapable de décider si, dans une même zone plissée, la schistosité de fracture affecte un tonnage de beaucoup supérieur à celui qu'intéresse la schistosité de flux. Je suis plutôt tenté de croire le contraire, mais il faut tenir compte de l'intensité des efforts et de la nature du matériel affecté.

Dans une série concordante, la première apparaît immédiatement sous le front supérieur de schistosité; avec l'augmentation de la profondeur, c'est-à-dire de la charge statique, la schistosité de fracture fait place à la schistosité de flux. En maintes régions, j'ai observé un passage progressif d'un type à l'autre, avec parfois des alternances résultant de variations dans la nature lithologique des roches affectées (notion du *retard*).

Sur le terrain, il est souvent difficile à l'observateur de décider s'il a franchi la limite entre les deux zones. En général, le débitage en feuillets grossiers, à surface rugueuse, caractérise la schistosité de fracture, tandis que la minceur des feuillets, leur surface polie ou marquée par le longrain,

la présence de halos d'éirement ou de fossiles très déformés marquent la schistosité de flux. De toute manière, c'est au microscope à décider en dernier ressort; en effet, dans une lame mince taillée perpendiculairement à la schistosité, on aperçoit une orientation très nette des éléments suivant le feuilletage lorsqu'il s'agit bien de schistosité de flux.

2. J'en arrive ainsi à un deuxième point au sujet duquel je ne puis pas me rallier à l'opinion de H. et G. Termier. Ces savants laissent entendre, en effet, que schistosité de fracture et schistosité de flux sont deux phénomènes indépendants l'un de l'autre : la première est oblique aux strates, la seconde leur est parallèle.

Ce n'est certes pas en s'appuyant sur mes travaux que ces auteurs ont pu émettre cette opinion. J'ai publié des microphotographies de roches affectées par la schistosité de flux, notamment d'un phyllade cambrien de Serpont (Belgique) et d'un phyllade de Steige (Vosges). Dans ces deux exemples de schistosité de flux, les feuillets du schiste sont obliques à la stratification; dans le phyllade de Serpont, les éléments constitutants sont orientés suivant le clivage dans toute l'épaisseur des feuillets, ce qui ne laisse aucun doute sur la nature de la déformation. Schistosité de flux et schistosité de fracture peuvent donc être disposées de façon identique par rapport aux strates.

3. H. et G. Termier veulent bien rappeler que, parmi les déformations intimes des roches, j'ai distingué quatre aspects différents qui, de haut en bas, se succèdent dans l'ordre suivant à partir du front supérieur de schistosité : *a.* zone de schistosité de fracture; *b.* zone de schistosité de flux; *c.* zone de microplissement; *d.* zone de foliation.

J'ai fait observer ⁽³⁾ que les deux zones inférieures sont intimement apparentées, et qu'il serait peut-être plus correct de les réunir en une seule; dans la partie supérieure de celle-ci, le microplissement joue un rôle important bien qu'il s'y trouve déjà des niveaux affectés par la foliation; dans la partie inférieure, la foliation prend de plus en plus d'importance jusqu'à dominer entièrement. Les alternances observées s'expliquent principalement par des variations dans la nature lithologique des matériaux soumis aux contraintes.

J'ai donné cette classification en zones à titre purement objectif. J'avais été frappé depuis longtemps par le fait que, en un endroit donné, la schistosité apparaît seulement à une certaine profondeur sous le niveau stratigraphique le plus élevé de la série sédimentaire accumulée dans l'aire géosynclinal; de là vient la notion du front supérieur de schistosité. Mais lorsque la charge dépasse une certaine limite, la schistosité disparaît; elle est remplacée par un autre type de déformation intime que j'ai appelée le *microplissement*; à plus grande profondeur encore, le microplissement cède le pas à la foliation qui l'emporte très largement.

C'est là un fait général dont j'ai pu vérifier l'exactitude partout où il me fut possible d'observer une succession suffisamment épaisse d'assises concordantes.

Je le répète, il s'agit d'une constatation de fait, indépendante de toute interprétation. C'est bien à tort que H. et G. Termier laissent supposer que, dans ma pensée, il faut y voir les phases successives d'une évolution, les roches affectées par la foliation ayant passé successivement par les stades de schistosité et de microplissement, par suite d'une augmentation progressive de l'intensité des efforts.

Dans ce domaine, deux choses sont à considérer : l'action mécanique qui a déformé les roches et orienté leurs éléments et l'action de cristallisation en rapport avec le développement du métamorphisme.

Dans la zone de schistosité de fracture, où l'arrangement originel des éléments est à peine modifié à l'intérieur des feuillets, les actions mécaniques interviennent seules; il suffit que la charge soit suffisante, c'est-à-dire que les roches soient portées sous le niveau du front supérieur de schistosité; il y a simplement rupture suivant des joints parallèles.

Dans la zone de schistosité de flux, la fissilité de la roche subsiste suivant une orientation déterminée, généralement oblique à la stratification, comme dans le cas du clivage de fracture; mais les constituants de la roche prennent une orientation conforme à celle des feuillets dans toute l'épaisseur de ceux-ci. Les actions de métamorphisme interviennent, et il y a lieu de distinguer deux phases de cristallisation : la première relativement hâtive a permis la formation de certains porphyroblastes comme la magnétite des phyllades cambriens de l'Ardenne; lorsque le clivage s'est produit, la matière s'est étirée et, autour de ces cristaux, se sont développés des halos d'étirement dans le plan des feuillets, en rapport avec l'orientation du longrain; c'est alors qu'intervient la seconde phase correspondant à la production de la schistosité de flux avec allongement des minéraux de néoformation suivant les feuillets. On voit ainsi se superposer les effets de l'action de cristallisation et de l'action mécanique.

Les microplis n'ont pu se former qu'après cristallisation des minéraux phylliteux (micas, séricite, etc.) parallèlement à la stratification. Ces minéraux se sont facilement déformés, lorsqu'est intervenue ensuite l'action mécanique de façon à former les microplis. J'ai montré par une série d'exemples ⁽⁴⁾ que les plans axiaux de ces petits plis sont disposés obliquement aux strates comme le seraient des joints de schistosité; j'ai montré aussi que ces microplis sont souvent accentués par des joints parallèles à leur plan axial, qui donnent exactement l'apparence d'un clivage schisteux. Dans la zone de microplissement, le métamorphisme a précédé la déformation mécanique; les joints plus ou moins apparents de schistosité oblique qui affectent les roches microplissées sont en rapport avec les

microplis; ils ne leur sont certainement pas antérieurs et il serait inexact de prétendre qu'une roche microplissée a passé successivement par la schistosité de fracture, puis par celle de flux avant de prendre son aspect actuel. Il n'en est pas moins vrai que schistosité et microplissement sont apparentés, et procèdent de contraintes identiques, mais celles-ci s'exercent sur un matériel plus déformable, sous le front inférieur de schistosité.

La foliation s'observe déjà dans la zone de microplissement où existent souvent des alternances de ces deux types d'évolution en rapport avec la nature lithologique originelle. On peut penser que la cristallisation plus large des roches affectées par la foliation fait disparaître le microplissement ou en empêche le développement, suivant les idées de C. O. Swanson ⁽⁵⁾ : à un degré élevé de métamorphisme, au lieu de la schistosité, se développe la structure gneissique grâce à la haute température qui facilite les ruptures, et aussi parce que les minéraux en paillettes et en aiguilles, caractéristiques d'une évolution moins avancée, font place à des minéraux d'une tout autre forme.

Ces transformations se sont faites hâtivement comme dans les roches microplissées, avant qu'intervienne l'action mécanique. En effet, dans des gneiss fins, on observe souvent des plis serrés de petite taille, dont la foliation épouse exactement l'allure. Il n'y a donc aucune raison de supposer que la foliation s'est produite après que les roches aient passé par les phases de schistosité et de microplissement. C'est ce que j'ai fait remarquer, de façon moins explicite peut-être, dans ma Note au Congrès d'Alger en 1952.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) H. et G. TERMIER, *L'évolution de la Lithosphère. I. Pétrogénèse*, Masson et C^{ie}, Paris, 1956, voir p. 320 et 321 : Schistosité.

(²) Il s'est produit, dans la pensée de H. et G. Termier, une confusion entre la définition du « fracture cleavage » de Balk et ma conception de la « schistosité de fracture ».

(³) P. FOURMARIER, *Congrès géol. intern.*, XIX^e session, Alger, 1952, fasc. 3, p. 117.

(⁴) P. FOURMARIER, *Archives des Sciences*, 4, fasc. 1, 1951, p. 5-23; *Ann. Soc. Géol. Belgique*, 75, *Bull.*, 1952, p. 181-194.

(⁵) C. O. SWANSON, *Bull. Geol. Soc. Amer.*, 52, 1941, p. 1245-1269.

NOMINATIONS.

M. ALBERT PÉRARD est désigné pour faire une *Lecture* en la séance publique solennelle des cinq Académies, le 25 octobre 1956.

COMMISSIONS.

Par la majorité des suffrages, MM. **JACQUES HADAMARD**, **LOUIS DE BROGLIE**, **GASTON DUPOUY**, pour la Division des sciences mathématiques et physiques; **MAURICE CAULLERY**, **PAUL PASCAL**, **PIERRE PRUVOST**, pour la Division des sciences chimiques et naturelles, sont élus Membres de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, dressera une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par la mort de M. *Maurice Gignoux*.

CORRESPONDANCE.

M. le **MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à chacune des deux Chaires suivantes, vacantes au Collège de France :

1^o Chaire d'Algèbre et Géométrie.

(Renvoi à la Section de Géométrie.)

2^o Chaire de Chimie organique des hormones.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

M. **KAZIMIERZ KURATOWSKI**, Directeur de l'Institut mathématique de l'Académie polonaise des sciences, à Varsovie, adresse les condoléances des mathématiciens polonais à l'occasion de la mort de M. *Émile Borel*.

M. **JACQUES BOURCART** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géographie et Navigation, par la mort de M. *Emmanuel de Martonne*.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1^o *Informe de la tercera Conferencia sobre los problemas de nutrición en la America latina. Caracas, Venezuela, del 19 al 28 octubre de 1953.*

2^o Nouvelle Encyclopédie agricole. *Cultures tropicales*. I. *Plantes vivrières*, par **RAOUL CERIGHELLI**.

ALGÈBRE. — *Structures complexes invariantes sur les groupes de Lie semi-simples.*

Note (*) de M. АКИКО MORIMOTO, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Dans cette Note on démontre l'existence d'une structure complexe invariante par les translations à gauche sur tout groupe de Lie réel de dimension paire dont l'algèbre de Lie est produit direct d'une algèbre de Lie semi-simple et d'une algèbre de Lie abélienne.

1. Soit $\mathfrak{g}$ une algèbre de Lie réelle semi-simple de dimension paire et $\mathfrak{g}^c$ la complexifiée de $\mathfrak{g}$. D'après un théorème de E. Cartan on sait qu'il existe une forme compacte $\mathfrak{g}_u$ de $\mathfrak{g}^c$ et un automorphisme involutif σ de $\mathfrak{g}_u$ tel que

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{g}_1 + \sqrt{-1} \mathfrak{g}_{-1},$$

où $\mathfrak{g}_1$ est le sous-espace des éléments de $\mathfrak{g}_u$ de la forme $X + \sigma X$ ($X \in \mathfrak{g}_u$) et où $\mathfrak{g}_{-1}$ est le sous-espace des éléments de $\mathfrak{g}_u$ de la forme $X - \sigma X$ ($X \in \mathfrak{g}_u$). On désignera encore par σ le prolongement de σ en automorphisme de $\mathfrak{g}^c$. On définit un automorphisme π réel involutif de $\mathfrak{g}^c$ en posant

$$\pi X = \sigma \bar{X}$$

où $\bar{X}$ est l'élément conjugué de X par rapport à $\mathfrak{g}_u$; l'élément πX est l'élément conjugué de X par rapport à $\mathfrak{g}$.

On sait ⁽¹⁾ que, pour tout automorphisme involutif σ de $\mathfrak{g}_u$, on peut trouver une sous-algèbre de Cartan $\mathfrak{f}_u$ de $\mathfrak{g}_u$ stable par σ et que, dans l'ensemble des racines à la sous-algèbre de Cartan $\mathfrak{f}_u^c$ de $\mathfrak{g}^c$ engendrée par $\mathfrak{f}_u$, il existe un ordre lexicographique tel que la permutation induite par σ sur cet ensemble conserve le signe des racines. Comme σ laisse stable la sous-algèbre $\mathfrak{f}_u$ on peut décomposer $\mathfrak{f}_u$ en somme directe du sous-espace $\mathfrak{f}_1$ des éléments de la forme $H + \sigma H$ et du sous-espace $\mathfrak{f}_{-1}$ des éléments de la forme $H - \sigma H$ avec $H \in \mathfrak{f}_u$. Soient $\{H_1, \dots, H_p\}$ une base de $\mathfrak{f}_1$ et $\{H_{p+1}, \dots, H_{2m}\}$ une base de $\mathfrak{f}_{-1}$, où $2m$ est le rang de $\mathfrak{g}^c$ qui est nécessairement pair puisque la dimension de $\mathfrak{g}$ est paire. Posons

$$H'_i = \begin{cases} H_i & \text{pour } i = 1, \dots, p, \\ \sqrt{-1} H_i & \text{pour } i = p+1, \dots, 2m. \end{cases}$$

Soit $\mathfrak{m}_1$ le sous-espace complexe engendré par les éléments $H'_1 + \sqrt{-1} H'_{m+1}$, $H'_2 + \sqrt{-1} H'_{m+2}$, ..., $H'_m + \sqrt{-1} H'_{2m}$ et les vecteurs propres non nuls X_α correspondant aux racines α positives et soit $\mathfrak{m}_2$ le sous-espace complexe engendré par les éléments $H'_1 - \sqrt{-1} H'_{m+1}$, $H'_2 - \sqrt{-1} H'_{m+2}$, ..., $H'_m - \sqrt{-1} H'_{2m}$ et les éléments X_α pour les racines négatives. Il est facile de vérifier que $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$ sont des sous-algèbres complexes de $\mathfrak{g}^c$ et que $\mathfrak{g}^c$ est somme directe des sous-espaces $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$. D'autre part, si $X_\alpha \in \mathfrak{m}_1$, l'élément conjugué de X_α par rapport

à $\mathfrak{g}$ est égal à

$$\pi X_\alpha = \sigma \bar{X}_\alpha = \sigma(\kappa_\alpha X_{-\alpha}) = \kappa_\alpha X_{-\sigma(\alpha)} \in \mathfrak{m}_2,$$

où κ_α est un nombre complexe. Puisque H_i ($i = 1, \dots, 2m$) est un élément de $\mathfrak{g}$ on voit que $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$ sont conjugués l'un de l'autre relativement à $\mathfrak{g}$.

Posons $\mathfrak{f} = \mathfrak{f}_u^c \cap \mathfrak{g}$; c'est une sous-algèbre de Cartan de $\mathfrak{g}$.

Soit $\mathfrak{n}^c$ la sous-algèbre des $X \in \mathfrak{g}^c$ tels que $\text{ad}(X) \cdot \mathfrak{m}_1 \subset \mathfrak{m}_1$ et $\text{ad}(X) \cdot \mathfrak{m}_2 \subset \mathfrak{m}_2$. Puisque $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$ sont conjugués par rapport à $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{n}^c$ est le sous-espace complexe engendré par la sous-algèbre $\mathfrak{n}$ des $X \in \mathfrak{g}$ tels que $\text{ad}(X) \cdot \mathfrak{m}_1 \subset \mathfrak{m}_1$. On a $\mathfrak{n}^c \supset \mathfrak{f}^c$. On ne peut avoir $\mathfrak{n}^c \neq \mathfrak{f}^c$ car dans ce cas, il existerait une racine $\alpha < 0$ telle que $X_\alpha \in \mathfrak{n}^c$ et l'on aurait $[X_\alpha, X_{-\alpha}] \in \mathfrak{m}_1$, donc $[X_\alpha, [X_\alpha, X_{-\alpha}]] \in \mathfrak{m}_1$ ce qui est exclu puisque $X_\alpha \in \mathfrak{m}_2$. On a donc $\mathfrak{f} = \mathfrak{n}$.

Le même raisonnement s'applique au cas où $\mathfrak{g}$ est une algèbre de Lie réductive de dimension paire et démontre le

LEMME. — Soit $\mathfrak{g}$ une algèbre de Lie réelle réductive de dimension paire. Il existe une sous-algèbre de Cartan $\mathfrak{f}$ de $\mathfrak{g}$ et des sous-algèbres complexes $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$ de l'algèbre $\mathfrak{g}^c$ complexifiée de $\mathfrak{g}$ qui possèdent les propriétés suivantes :

- a. $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$ sont conjugués par rapport à $\mathfrak{g}$,
- b. $\mathfrak{g}^c$ est somme directe des sous-espaces $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$,
- c. $\mathfrak{f}$ est la sous-algèbre des $X \in \mathfrak{g}$ tels que $\text{ad}(X) \cdot \mathfrak{m}_1 \subset \mathfrak{m}_1$.

2. Supposons que $\mathfrak{g}$ soit l'algèbre de Lie des champs de vecteurs invariants à gauche sur un groupe de Lie connexe G . On sait ⁽²⁾ que toute décomposition de $\mathfrak{g}^c$ en somme directe de deux sous-algèbres $\mathfrak{m}_1$ et $\mathfrak{m}_2$ conjuguée par rapport à $\mathfrak{g}$ correspond à une structure complexe invariante à gauche sur G . De plus, le sous-groupe des éléments $s \in G$ tels que la translation à droite par s soit un automorphisme analytique a pour algèbre de Lie la sous-algèbre des $X \in \mathfrak{g}$ tels que $\text{ad}(X) \cdot \mathfrak{m}_1 \subset \mathfrak{m}_1$. On déduit donc du lemme le

THÉORÈME. — Soit G un groupe de Lie connexe de dimension paire dont l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ est réductive. Il existe sur G une infinité de structures complexes invariantes par toutes les translations à gauche et pour lesquelles, le sous-groupe des translations à droite qui sont des automorphismes analytiques a pour algèbre de Lie une sous-algèbre de Cartan de $\mathfrak{g}$.

Remarque. — Si G est compact, les structures complexes obtenues par le procédé du lemme sont celles dont H. Samelson et H. C. Wang ont démontré l'existence ⁽³⁾.

3. Dans le cas d'un groupe non abélien, le théorème montre l'existence de structures complexes invariantes à gauche mais non bi-invariantes. On n'obtient pas toutes les structures complexes de ce type par le procédé du lemme. Par exemple, le groupe $\text{GL}(2n, \mathbb{R})$ admet des structures complexes invariantes à gauche et telles que le sous-groupe des translations à droite qui sont des automorphismes analytiques soit isomorphe à $\text{GL}(n, \mathbb{C})$. De telles structures s'obtiennent en identifiant l'algèbre de Lie réductive $\mathfrak{g}$ de $\text{GL}(2n, \mathbb{R})$ à

l'espace des endomorphismes de C^n considéré comme espace vectoriel *réel* de dimension $2n$. L'endomorphisme I de $\mathfrak{g}$ défini par $(IX)(u) = \sqrt{-1}(X(u))$ pour tout $X \in \mathfrak{g}$ et $u \in C^n$ vérifie la condition d'intégrabilité

$$[X, Y] + I[IX, Y] + I[X, IY] - [IX, IY] = 0$$

et définit donc une structure complexe invariante à gauche sur $GL(2n, \mathbb{R})$. Le sous-groupe des éléments $s \in GL(2n, \mathbb{R})$ tels que la translation à droite par s soit un automorphisme analytique a pour algèbre de Lie l'ensemble des $X \in \mathfrak{g}$ qui sont des endomorphismes complexes de C^n .

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) S. MURAKAMI, *J. Math. Soc. Japan*, 5, 1953, p. 105-112; I. SATAKE, *J. Math. Soc. Japan*, 2, 1951, p. 284-305.

(2) A. FRÖLICHER, *Math. Ann.*, 129, 1955, p. 50-95.

(3) H. SAMELSON, *Portugalia Math.*, 12, 1953, p. 129-132; H. C. WANG, *Amer. J. Math.*, 76, 1954, p. 1-32.

THÉORIE DES GROUPES. — Un théorème de commutation.

Note de M. REIJI TAKAHASHI, présentée par M. Jacques Hadamard.

Une généralisation du théorème de commutation dans la théorie des représentations unitaires des groupes topologiques (1).

1. Soient G un groupe localement compact unimodulaire, et K_1 et K_2 deux sous-groupes compacts de G tels que $K_1 \subset K_2$ (ou $K_1 \supset K_2$); on notera dg , dk_1 et dk_2 les mesures de Haar de G , K_1 et K_2 resp. (on supposera que $\int_{K_1} dk_1 = 1$, $\int_{K_2} dk_2 = 1$). On écrira $\varphi\psi$ le produit de composition de deux fonctions φ et ψ . Prenons une représentation unitaire α de dimension 1 du sous-groupe K_2 (de K_1 , si l'on suppose $K_1 \supset K_2$) et considérons le sous-espace $\mathcal{H}^\alpha$ de $L^2(G)$ formé des fonctions f telles que

$$(1) \quad f(k_1 g k_2) = \alpha(k_1) \alpha(k_2) f(g)$$

pour tout k_1 dans K_1 et tout k_2 dans K_2 . Pour $i=1, 2$, soit A_i^α la sous-algèbre auto-adjointe de $L^1(G)$ formée des fonctions sommables φ telles que $\varphi(k_i g k'_i) = \alpha(k_i) \alpha(k'_i) \varphi(g)$ pour tous k_i et k'_i dans K_i . Pour $\varphi \in A_1^\alpha$ ($\psi \in A_2^\alpha$) on a $\varphi f \in \mathcal{H}^\alpha$ ($f\psi \in \mathcal{H}^\alpha$) pour tout $f \in \mathcal{H}^\alpha$; ainsi on peut définir les opérateurs linéaires U_φ^α et V_ψ^α par $U_\varphi^\alpha f = \varphi f$ et $V_\psi^\alpha f = f\psi$, pour $f \in \mathcal{H}^\alpha$. Soit $\mathcal{R}^\alpha$ ($\mathcal{R}^\alpha$) l'anneau d'opérateurs engendré par les U_φ^α (par les V_ψ^α , avec $\psi \in A_2^\alpha$). On a alors le théorème suivant :

THÉORÈME. — $(\mathcal{L}^\alpha)' = \mathcal{R}^\alpha$ et $(\mathcal{R}^\alpha)' = \mathcal{L}^\alpha$.

2. Remarquons que le cas où $K_1 = (e)$ est particulièrement important pour l'analyse harmonique dans les groupes d'un certain type ⁽²⁾ (il s'agit dans ce cas de la représentation induite de G par α de K_2). On notera encore que, si de plus $K_2 = (e)$, on retrouve le cas de la double représentation unitaire régulière.

3. Soit $\{\mathcal{H}, U_g, V_g, S\}$ la double représentation unitaire régulière de G ; formons les opérateurs suivants :

$$P^\alpha = \int_{K_1} \int_{K_2} \alpha(k_1) \overline{\alpha(k_2)} U_{k_1} V_{k_2} dk_1 dk_2, \quad P_i^\alpha = \int_{K_i} \int_{K_i} \alpha(k_i) \overline{\alpha(k'_i)} U_{k_i} V_{k'_i} dk_i dk'_i \quad (i=1, 2).$$

On vérifie aisément que P^α , P_1^α , et P_2^α sont des projecteurs dans $\mathcal{H}$, et que $P^\alpha P_1^\alpha = P_1^\alpha P^\alpha = P^\alpha$; $P^\alpha P_2^\alpha = P_2^\alpha P^\alpha = P^\alpha$; par suite,

$$(2) \quad \mathcal{H}_2^\alpha \subseteq \mathcal{H}^\alpha \subseteq \mathcal{H}_1^\alpha,$$

où $\mathcal{H}_i^\alpha = P_i^\alpha(\mathcal{H}^\alpha)$ pour $i=1, 2$. Pour φ dans $L^1(G)$, on notera U_φ, V_φ les opérateurs de composition à gauche et à droite resp. par φ . Pour φ dans $L^1(G)$, définissons encore les fonctions $\varphi^{\natural}$ par la formule

$$(4) \quad \begin{aligned} \varphi^{\natural}(g) &= \int_{K_1} \int_{K_2} \alpha(k_1) \overline{\alpha(k_2)} \varphi(k_1 g k_2) dk_1 dk_2, \\ \varphi^{\natural i}(g) &= \int_{K_i} \int_{K_i} \alpha(k_i) \overline{\alpha(k'_i)} \varphi(k_i g k'_i) dk_i dk'_i \quad (i=1, 2). \end{aligned}$$

Les sous-algèbres A_1^α et A_2^α ne sont autres que $(L^1(G))^{\natural 1}$ et $(L^1(G))^{\natural 2}$.

LEMME 1. — Pour les fonctions φ dans $L^1(G)$, on a

$$(5.1) \quad P^\alpha U_\varphi P^\alpha = U_{\varphi^{\natural 1}} P^\alpha = P^\alpha U_{\varphi^{\natural 1}};$$

$$(5.2) \quad P^\alpha V_\varphi P^\alpha = V_{\varphi^{\natural 2}} P^\alpha = P^\alpha V_{\varphi^{\natural 2}};$$

$$(5.3) \quad P^\alpha U_\varphi P_2^\alpha = U_{\varphi^{\natural 2}} P_2^\alpha = P_2^\alpha U_{\varphi^{\natural 2}};$$

$$(5.4) \quad P^\alpha V_\varphi P_1^\alpha = V_{\varphi^{\natural 1}} P_1^\alpha = P_1^\alpha V_{\varphi^{\natural 1}}.$$

En particulier, le sous-espace $\mathcal{H}^\alpha$ réduit les opérateurs $U_\varphi, \varphi \in A_1^\alpha$ et $V_\psi, \psi \in A_2^\alpha$; les opérateurs U_φ^α et V_ψ^α définis dans le n° 1 ne sont autres que les traces sur $\mathcal{H}^\alpha$ de U_φ et V_ψ respectivement.

LEMME 2. — L'opérateur identité dans l'espace $\mathcal{H}^\alpha$ peut être approché fortement par les opérateurs de la forme U_φ^α avec $\varphi \in A_1^\alpha \cap L(G)$, ou par ceux de la forme V_ψ^α avec $\psi \in A_2^\alpha \cap L(G)$, $L(G)$ étant l'espace vectoriel formé par les fonctions continues à support compact.

Ce lemme montre que l'on a

$$(6) \quad \mathcal{L}^\alpha = (U_\varphi^\alpha; \varphi \in A_1^\alpha \cap L(G))'', \quad \mathcal{R}^\alpha = (V_\psi^\alpha; \psi \in A_2^\alpha \cap L(G))''.$$

Définition. — Un élément x de $\mathcal{H}$ est dit borné à gauche sur $\mathcal{H}^\alpha$ (borné à droite sur $\mathcal{H}^\alpha$) si $V_f x \in \mathcal{H}^\alpha$ ($U_f x \in \mathcal{H}^\alpha$) pour tout f dans $\mathcal{H}^\alpha \cap L(G)$, et s'il existe un opérateur borné A^α dans l'espace $\mathcal{H}^\alpha$ tel que

$$(7) \quad V_f x = A^\alpha f \quad (U_f x = A^\alpha f) \quad \text{pour tout } f \text{ dans } \mathcal{H}^\alpha \cap L(G).$$

Remarquons que, pour un élément x borné à gauche (à droite) sur $\mathcal{H}^z$, l'opérateur A^α satisfaisant à (7) est unique; on le notera $U_x^z(V_x^z)$. Il est clair que les $\varphi \in A_1^z \cap L(G)$ ($\psi \in A_2^z \cap L(G)$) sont bornés à gauche (à droite) sur $\mathcal{H}^z$, comme éléments de $\mathcal{H}$, et leurs opérateurs correspondants A^α ne sont autres que U_φ^z ou V_ψ^z au sens précédent.

PROPOSITION 1. — Soit x un élément de $\mathcal{H}_1^z$ borné à gauche sur $\mathcal{H}^z$ et soit A un opérateur dans $\mathcal{H}^z$ tel que $A^\alpha V_\psi^z = V_\psi^z A^\alpha$ pour tout $\psi \in A_2^z$. Alors l'élément $A^z P^\alpha x$ est aussi borné à gauche sur $\mathcal{H}^z$ et l'on a

$$(8) \quad U_{A^\alpha P^\alpha x}^z = A^z U_x^z P_2^z.$$

PROPOSITION 2. — Soit y un élément de $\mathcal{H}_2^z$ borné à droite sur $\mathcal{H}^z$, et soit B^z un opérateur dans $\mathcal{H}^z$ tel que $B^z U_\varphi^z = U_\varphi^z B^z$ pour tout $\varphi \in A_1^z$. Alors l'élément $P_2^z B^z y$ est aussi borné à droite sur $\mathcal{H}^z$ et l'on a

$$(9) \quad V_{P_2^z B^\alpha y}^z = B^z V_y^z.$$

4. Démonstration du théorème. — On aura besoin du lemme suivant :

LEMME 3. — Si A^z est un opérateur dans $\mathcal{H}^z$ commutant avec tous les V_ψ^z , $\psi \in A_2^z$, et si y est un élément de $\mathcal{H}_2^z$ borné à droite sur $\mathcal{H}^z$ on a

$$(10) \quad V_y^z A^z = A^z V_y^z.$$

Pour démontrer le théorème, il suffit de montrer l'inclusion $(\mathcal{R}^z)' \subset \mathcal{L}^z$, puisque $U_\varphi^z V_\psi^z = V_\psi^z U_\varphi^z$ pour tout φ dans A_1^z et tout ψ dans A_2^z . Tout revient donc à démontrer que, si A^z est dans $(\mathcal{R}^z)'$, c'est-à-dire si $A^\alpha V_\psi^z = V_\psi^z A^\alpha$ pour tout ψ dans A_2^z , alors $A^z B^\alpha = B^z A^z$ pour tout B^α qui permute à tous les U_φ^z avec φ dans A_1^z . Or, en vertu de la proposition 2, un tel opérateur B^z est limite forte d'opérateurs de la forme V_γ^z avec γ dans $\mathcal{H}_2^z$ bornés à droite sur $\mathcal{H}^z$; par suite la relation à démontrer est une conséquence immédiate du lemme 3.

C. Q. F. D.

5. Remarque. — Dans le cas où le sous-groupe K_1 est invariant dans G (par exemple, si $K_1 = (e)$), le théorème peut aussi être démontré comme conséquence du cas de la double représentation régulière : en effet, on aura dans ce cas $U_g P^z = P^z U_g$ pour tout g dans G , donc $U_f P^z = P^z U_f$ pour tout f dans $L^1(G)$. Si B^z est dans $(\mathcal{L}^z)'$, c'est-à-dire $B^z U_\varphi^z = U_\varphi^z B^z$ pour tout φ dans A_1^z , l'opérateur $B = B^z P^z$ défini dans $\mathcal{H}$ tout entier permute à tous les U_f avec $f \in L^1(G)$. En supposant le théorème du cas classique, on en conclut que B est limite forte d'opérateurs de la forme V_f avec f dans $L(G)$. Par suite B^z est limite forte d'opérateurs de la forme V_ψ^z avec $\psi = (f)^\alpha$ dans $A_2^z \cap L(G)$ (lemme 1). B^z permutera donc à tous les opérateurs A^z tels que $A^z V_\psi^z = V_\psi^z A^z$ pour $\psi \in A_2^z$, c'est-à-dire à tous les A^α dans $(\mathcal{R}^z)'$: $(\mathcal{L}^z)' \subset (\mathcal{R}^z)'' = \mathcal{R}^z$.

L'auteur ignore si le théorème reste vrai sans l'hypothèse que l'un des groupes K_1, K_2 contient l'autre (dans le cas où $\alpha \equiv 1$).

(¹) Voir R. GODEMENT, *J. Math. pures et appl.*, 30, 1951, p. 1-110, et I. E. SEGAL, *Ann. Math.*, 51, 1951, 293-298. La méthode de démonstration est une adaptation de celle de Godement à la présente situation.

Voir F. I. MAUTNER, *Proc. Nat. Acad. Sc. U. S. A.*, 37, 1951, p. 529-533.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le calcul des limites de Cauchy dans la théorie des équations différentielles ordinaires.* Note (*) de M. AUREL WINTNER, présentée par M. Jacques Hadamard.

Désignons par $\{a, b\}$ le dicylindre ($|z| < a$, $|w| < b$) des variables complexes z , w et supposons que $f(z, w)$ soit une fonction holomorphe dans $\{a, b\}$. Avec la condition initiale $(z, w) = (0, 0)$, considérons la solution de l'équation différentielle

$$(1) \quad \frac{dw}{dz} = f(z, w); \quad w(0) = 0.$$

D'après un théorème fondamental de Cauchy, les équations (1) ont une solution unique $w = w(z)$, holomorphe dans un cercle $|z| < R$ de rayon $R = R(f)$ suffisamment petit. Le lemme suivant contient une limitation inférieure de la valeur de $R = R(f)$:

Considérons une fonction $f(z, w)$ holomorphe dans $\{a, b\}$ et une fonction $F(r, s)$ continue dans le rectangle réel ($0 \leq r < a$, $0 \leq s < b$). Supposons que nous ayons

$$(2) \quad |f(z, w)| \leq F(|z|, |w|)$$

pour chaque point (z, w) de $\{a, b\}$. Avec la condition initiale $(r, s) = (0, 0)$, considérons une solution $s = s(r)$ de l'équation différentielle

$$(3) \quad \frac{ds}{dr} = F(r, s); \quad s(0) = 0.$$

Supposons que la solution $s = s(r)$ existe dans un intervalle $0 \leq r < c$. Alors la solution $w = w(z)$ des équations (1) est holomorphe dans le cercle $|z| < c$.

Il se peut que la solution $s(r)$ des équations (1) ne soit pas unique, la fonction $F(r, s)$ n'étant que continue. Si l'on a plus d'un $s(r)$, l'assertion du lemme est valable pour chaque $s(r)$. Remarquons que la fonction $s(r)$ ne peut pas devenir négative; c'est évident à cause des équations (3) parce que la fonction F est non négative en vertu de la condition (2).

Sous la restriction que la fonction continue $F(r, s)$ satisfasse à la condition de Lipschitz (dans le rectangle fermé : $0 \leq r \leq a$; $0 \leq s \leq b$), une inégalité équivalente à l'assertion du lemme a été trouvée par H. Nakano (¹). Mais la démonstration est possible sans aucune restriction supplémentaire sur la fonction continue $F(r, s)$ (dans le rectangle non fermé : $0 \leq r < a$, $0 \leq s < b$).

D'ailleurs il est possible de constater l'inégalité

$$(4) \quad \max_{|z|=r} |\omega(z)| \leq s(r) \quad (0 \leq |z| = r < c \leq a).$$

On peut prouver l'assertion générale du lemme, aussi bien que l'information supplémentaire (4), par une adaptation (au domaine complexe) de considérations bien connues dans le domaine réel ⁽²⁾.

Le lemme peut s'interpréter comme une extension curieuse du *calcul des limites* de Cauchy. En effet, Cauchy suppose que f et F soient des séries de puissances

$$f(z, w) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} c_{mn} z^m w^n, \quad F(z, W) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_{mn} z^m W^n,$$

que les coefficients satisfassent aux inégalités $|c_{mn}| \leq C_{mn}$ et que la fonction majorante F soit holomorphe dans le dicylindre $\{a, b\}$ de f . Il est évident que ces hypothèses impliquent les inégalités

$$(5) \quad \left| \frac{\partial^{m+n} f(z, w)}{\partial z^m \partial w^n} \right| \leq \frac{\partial^{m+n} F(r, s)}{\partial r^m \partial s^n}$$

($r = |z| < a$, $s = |w| < b$) pour des paires arbitraires (m, n) de nombres entiers non négatifs. La conclusion de Cauchy est que la solution $\omega(z)$ des équations (1) doit être holomorphe dans le cercle $|z| < c$ si la solution $W(z)$ des équations

$$(1 \text{ bis}) \quad \frac{dW}{dz} = F(z, W), \quad W(0) = 0$$

est holomorphe dans $|z| < c$. D'ailleurs il ressort des conclusions de Cauchy qu'on a les inégalités

$$\left| \frac{d^k \omega(z)}{dz^k} \right| \leq \frac{d^k W(r)}{dr^k} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

($0 \leq r = |z| < c \leq a$). Remarquons que le cas $k = 0$ de ces inégalités est l'inégalité (2). Mais la supposition (3) du lemme n'est que le cas $(m, n) = (0, 0)$ des inégalités (5) de Cauchy.

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) *Proc. Imp. Acad. Japan*, 8, 1932, p. 29-31.

(2) Cf. G. PERRON, *Math. Ann.*, 76, 1915, p. 471-484.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Étude et applications de la notion d'effilement à la frontière de Martin*. Note de M^{lle} LINDA NAÏM, présentée par M. Arnaud Denjoy.

L'auteur reprend une notion d'effilement introduite antérieurement; un nouveau critère permet diverses applications au principe du maximum et au problème de Dirichlet.

1. — On a introduit récemment ⁽¹⁾ dans l'espace formé par un espace de Green Ω et sa frontière de Martin Δ la notion d'ensemble effilé, et la topologie fine $\mathfrak{E}$ dans laquelle les voisinages d'un point Q sont les ensembles contenant ce point et de complémentaire effilé en Q ; et on a caractérisé les points minimaux comme les points de Δ où Ω n'est pas effilé.

On va utiliser cette notion d'effilement pour étudier l'extrémisation ⁽²⁾ d'une fonction harmonique positive; les résultats obtenus conduisent à un principe du maximum très amélioré, et permettent d'approfondir l'allure à la frontière de la solution du problème de Dirichlet avec la frontière de Martin, développé par M. Brelot dans les deux Notes ⁽³⁾ dont on adopte ici la terminologie et les notations.

2. — *Extrémisation d'une fonction harmonique > 0 pour un ensemble de Ω .* Le cas d'une fonction minimale fournit d'abord un critère :

THÉORÈME 1. — *Critère d'effilement en un point minimal. Pour qu'un ensemble $E \subset \Omega$ soit effilé au point Q minimal, il faut et il suffit que l'extrémisation de $K(Q, M)$ pour $\Omega - E$ ne conserve pas cette fonction.*

Cela résulte essentiellement de ce que l'extrémale pour une intersection est majorée par la somme des extrémales, et de la propriété (M. Brelot), pour toute extrémale d'une fonction minimale u , d'être égale à u ou à un potentiel de Green.

Les points de Δ où E est effilé forment une réunion dénombrable de compacts, et il y a extension du théorème 1 selon le

THÉORÈME 2. — *Pour qu'une fonction h harmonique > 0 dans Ω soit invariante par extrémisation pour $\Omega - E$, il faut et il suffit que les points d'effilement de E forment un ensemble h -négligeable (c'est-à-dire de h -mesure harmonique nulle).*

Dans tous les cas, la plus grande minorante harmonique de $\Omega_n^{\Omega-E}$ est égale à la h -mesure harmonique dans Ω de l'ensemble des points où E n'est pas effilé, ce qui donne de plus un critère pour que cette extrémale soit un potentiel de Green.

Dans la suite, h désignera une fonction harmonique > 0 fixée.

3. *Principe du maximum.*

THÉORÈME 3. — *Soit dans l'espace de Green Ω , u sousharmonique; on suppose que u/h est bornée supérieurement, et que pour tout point Q minimal n'appartenant pas à un ensemble faiblement h -négligeable (c'est-à-dire de h -mesure harmonique intérieure nulle), il existe un ensemble non effilé en Q sur lequel $\limsup u/h$ en $Q \leq 0$; alors $u \leq 0$.*

On voit que la plus petite majorante harmonique de u^+ est invariante par extrémisation pour le complémentaire de l'ensemble où $u^+ \leq \varepsilon h$ ($\varepsilon > 0$), ce qui entraîne $u^+ = 0$.

Application. Considérons f réelle sur Δ . On sait ⁽³⁾ que l'enveloppe supérieure des fonctions u dans Ω , qui sont sousharmoniques ou $-\infty$, et satisfont chacune à u/h bornée supérieurement et $\limsup (u/h) \leq f$ en tout point-frontière

est $+\infty$, $-\infty$, ou harmonique, et notée $\underline{\mathcal{O}}_{f,h}^{(1)}$. Remplaçons la condition-frontière par celle que pour chaque u , il existe, pour tout point Q minimal, un ensemble non effilé en Q sur lequel $\limsup u/h$ en $Q \leq f(Q)$; alors l'enveloppe supérieure des u est encore $\underline{\mathcal{O}}_{f,h}$, et minore donc l'enveloppe analogue définie à partir des v surharmoniques ou $+\infty$.

4. — Allure à la frontière de la solution $\underline{\mathcal{O}}_{f,h}$.

THÉOREME 4. — Soit v un potentiel de Green de masses > 0 dans Ω ; les points minimaux où $\limsup_{\infty} (v/h) > 0$ forment un ensemble h -négligeable.

Car les points minimaux finement adhérents à l'ouvert où $(v/h) > \varepsilon > 0$ (points de non effilement) forment un ensemble h -négligeable, l'extrémale de h pour le complémentaire étant un potentiel de Green.

COROLLAIRE. — Si A est le support compact de la mesure canonique associée à u harmonique > 0 dans Ω , les points minimaux de $\Delta - A$ où $\limsup_{\infty} (u/h) < 0$ forment un ensemble h -négligeable.

Soulignons le cas particulier important d'une fonction minimale $K(Q, M)$ ($Q \in \Delta$), avec $A = \{Q\}$.

Dans un Mémoire de M. Brelot en cours d'impression au *Journal de Mathématiques*, et s'appliquant en particulier à la frontière de Martin, un filtre $\mathcal{F}$ convergeant vers un point-frontière Q est dit *fortement h -régulier* s'il existe au voisinage de Q dans Ω une fonction v surharmonique > 0 telle que $(v/h) \xrightarrow{\mathcal{F}} 0$, et que v/h admette une borne inférieure > 0 hors de tout voisinage de Q ; cela équivaut à ce que pour les voisinages δ assez petits de Q , $(1/h) \mathcal{E}_h^{\delta \cap \Omega} \xrightarrow{\mathcal{F}} 0$, et entraîne que $\mathcal{F}$ soit *h -régulier* c'est-à-dire que pour toute f finie continue

$$\frac{1}{h} \underline{\mathcal{O}}_{f,h} \xrightarrow{\mathcal{F}} f(Q)$$

ou encore que pour toute f bornée supérieurement

$$\limsup_{\mathcal{F}} \frac{1}{h} \overline{\mathcal{O}}_{f,h} \leq \limsup \text{ de } f \text{ en } Q.$$

Appelons ici *pseudo fortement h -régulier* un point minimal Q dont le filtre des voisinages fins est fortement h -régulier. Le théorème 4 entraîne aussitôt :

THÉOREME 5. — Les points minimaux non pseudo fortement h -réguliers forment un ensemble h -négligeable.

Ainsi pour f finie continue, $\underline{\mathcal{O}}_{f,h}$ est l'unique fonction u harmonique dans Ω , telle que u/h soit bornée, et admette en tout point pseudo fortement h -régulier, ou même seulement hors d'un ensemble faiblement h -négligeable, une pseudo-limite (ou limite fine) égale à f .

On voit de plus que les filtres des voisinages fins des points pseudo fortement h -réguliers satisfont aux conditions A_h , B_h de l'ancienne axiomatique ⁽³⁾.

(¹) L. NAIM, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1907. Pour un ensemble $E \subset \Omega$, une forme équivalente de l'effilement en un point $Q \notin E$ est la suivante : Q isolé de $E \cup \{Q\}$, sinon existence dans Ω d'une mesure $m > 0$ telle que

$$\int K(Q, P) dm(P) < \liminf_{M \rightarrow Q, M \in E} \int K(M, P) dm(P).$$

(²) M. BRELOT, *J. de Math.*, 26, 1945, p. 1-32. Rappelons que l'extrémale $\mathcal{E}_E^f$ de v surharmonique > 0 pour un ensemble E de Ω est la plus petite fonction surharmonique > 0 majorant v quasi-partout hors de E .

(³) M. BRELOT, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 142, et 242, 1956, p. 327.

(⁴) On rappelle aussi que $\mathcal{Q}_{f,h} = -\mathcal{Q}_{-f,h} \geq \mathcal{Q}_{f,h}$; lorsqu'il y a égalité avec valeur finie, la valeur commune est la « solution $\mathcal{Q}_{f,h}$ ». C'est le cas si f est finie continue.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination de la famille des polynômes orthogonaux dont les dérivés sont orthogonaux*. Note (*) de M. ROBERT CAMPBELL, présentée par M. Joseph Pérès.

A l'aide de la relation de récurrence des polynômes orthogonaux, l'auteur détermine tous ceux de ces polynômes dont les dérivés sont orthogonaux.

M. Favard a démontré (¹) qu'étant donnée une suite de polynômes $\{\Phi_n(x)\}$ réels, liés par la relation de récurrence

$$(1) \quad \Phi_n = (x - a_n)\Phi_{n-1} - \lambda_n\Phi_{n-2} \quad (n \geq 2),$$

il est possible, à condition que λ_n soit positif, de déterminer une fonction croissante $\psi(x)$ (x étant réel) dont les polynômes orthogonaux soient, à un facteur près, ceux de la suite $\{\Phi_n\}$.

Ce résultat permet d'obtenir, grâce à des procédés de calcul très élémentaires, la famille la plus générale des suites de polynômes $\{P_n(x)\}$ orthogonaux avec un certain poids $\psi(x)$ et tels que la suite des polynômes dérivés $\{P'_n(x)\}$ constitue aussi une suite de polynômes orthogonaux avec un poids ψ_1 (ψ_1 étant ou non différent de ψ).

Pour entreprendre cette recherche, nous supposons avec M. Favard que la normalisation des $P_n(x)$ est telle que leur terme de plus haut degré ait pour coefficient 1. Dans ces conditions la relation (1) s'écrit, d'une part, pour les P_n et, d'autre part, pour les P'_n :

$$(2) \quad P_n = (x + r_n)P_{n-1} - C_nP_{n-2},$$

$$(3) \quad P'_n = \frac{n}{n-1}(x + \rho_n)P'_{n-1} - \gamma_nP'_{n-2},$$

mais l'équation dérivée de (2) s'écrivant

$$(4) \quad P'_n = (x + r_n)P'_{n-1} - C_nP'_{n-2} + P_{n-1},$$

il est possible d'éliminer le terme xP'_{n-1} entre (3) et (4), d'où il résulte que P'_{n-1} est alors nécessairement une combinaison linéaire de P'_n , P'_{n-1} et P'_{n-2} ;

$$(5) \quad P'_{n-1} = \frac{1}{n} P'_n + (\rho_n - r_n) P'_{n-1} + \left(C_n - \frac{n-1}{n} \gamma_n \right) P'_{n-2},$$

(5) étant valable pour tout n , on peut remplacer, dans (2), P_n , P_{n-1} et P_{n-2} par leurs valeurs tirées de (5), et il doit en résulter que la combinaison linéaire alors obtenue est identiquement nulle, ce qui fournit quatre équations aux différences finies pour les quatre inconnues r_n , ρ_n , C_n , γ_n . Réciproquement d'ailleurs, si le système de ces quatre équations est vérifié, il en est de même de (2) et de (5), donc de (3). Le système allégué est le suivant :

$$(6) \quad (n-1)\rho_n + (n-2)r_n = (n+1)\rho_{n+1} - nr_{n+1} \quad (n \geq 2),$$

$$(7) \quad \left[\gamma_{n+1} - \gamma_n \left(1 - \frac{2}{n} \right) \right] - \left[C_{n+1} - C_n \left(1 - \frac{2}{n-1} \right) \right] = (\rho_n - r_n)^2 \quad (n \geq 3),$$

$$(8) \quad (n-1)[\rho_n + \rho_{n-1} - 2r_n]\gamma_n + n[r_n + r_{n-1} - 2\rho_{n-1}]C_n = 0, \quad (n \geq 4),$$

$$(9) \quad \frac{C_n C_{n-1}}{n-2} - 2 \frac{C_n \gamma_{n-1}}{n-1} + \frac{\gamma_n \gamma_{n-1}}{n} = 0 \quad (n \geq 5).$$

(Pour $n < 5$, les équations précédentes ne sont pas toutes valables, mais celles qui les remplacent se forment aisément.)

La résolution de l'équation (9) montre que la quantité $U_n = (nC_n)/[(n-1)\gamma_n]$ ne peut valoir que 1 ou $(n+q)/(n+q+1)$ (q étant une constante).

a. Si $U_n = 1$, on trouve facilement que r_n est une fonction linéaire de n , et C_n un trinôme du second degré (exemple : les polynômes L_n^x de Laguerre). Comme sous-cas, r_n peut être une constante (exemple : polynômes de Hermite).

b. Si $U_n = (n+q)/(n+q+1)$, on trouve (R et k étant des constantes)

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{1}{2}(q+1)\rho_n + R, \\ \rho_n &= \rho_n - r_n - \frac{k}{(2n+q+1)(2n+q-1)}, \\ C_n &= H^2 \frac{\left(2n+q-1 - \frac{k}{2H}\right)\left(2n+q-1 + \frac{k}{2H}\right)(n+q)(n-1)}{(2n+q)(2n+q-2)(2n+q-1)^2}. \end{aligned}$$

On constate aisément que, à cette famille appartiennent les polynômes de Jacobi $P_n^{\alpha, \beta}$, obtenus pour

$$H=1, \quad \alpha = q+1 - \frac{k}{2}, \quad \beta = q+1 + \frac{k}{2},$$

ainsi que leurs cas particuliers usuels (polynômes de Gegenbauer, de Legendre et de Tchebycheff).

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2052.

TOPOLOGIE. — *Sur l'homologie de l'espace fonctionnel S_m^X et la structure homologique de X .* Note (*) de M. SIBE MARDEŠIĆ, présentée par M. Arnaud Denjoy.

M. K. Borsuk a posé le problème suivant : Si X est un compact de dimension $k < \infty$ et S_m une sphère à m dimensions, $k \leq m$, l'homologie de l'espace fonctionnel S_m^X dépend-elle seulement de la structure homologique de X ? Dans la présente Note on donne une réponse affirmative, lorsqu'il s'agit des groupes d'homologie $H^p(S_m^X, G)$ de dimensions $0 \leq p \leq m - k$.

Si X est un compact (métrique) de dimension $k < \infty$ et S_m la sphère à m dimensions, $k \leq m$, l'espace S_m^X de toutes les transformations continues $f: X \rightarrow S_m$ est bien déterminé (*). Plusieurs théories d'homologie dans S_m^X donnent des groupes d'homologie isomorphes, comme il résulte d'une Note antérieure (**); pour ces groupes nous adoptons la notation commune $H^p(S_m^X, G)$.

Voici le résultat principal de la présente Note :

THÉOREME 1. — *Le groupe d'homologie $H^p(S_m^X, G)$, $0 \leq p \leq m - k$ (G étant un groupe abélien quelconque des coefficients) dépend seulement du groupe de cohomologie à coefficients entiers $H_k(X)$, ou dualelement, du groupe d'homologie $H^k(X, P)$ à coefficients réels mod 1.*

Ce théorème donne la solution du problème 2, posé par M. K. Borsuk (3), lorsqu'il s'agit des dimensions p , $0 \leq p \leq m - k$.

Si $0 \leq p < m - k$, l'assertion est juste, car $H^p(S_m^X, G) = 0$, ce qu'on voit aisément. Dans le cas $p = m - k$ l'assertion résulte du théorème que voici :

THÉOREME 2. — *Soient X, X' deux compacts de dimension k et g un homomorphisme du groupe de cohomologie $H_k(X)$ (à coefficients entiers) dans le groupe correspondant $H_k(X')$, g induit un homomorphisme $\Phi = \Phi(g)$:*

$$H^{m-k}(S_m^X, G) \rightarrow H^{m-k}(S_m^{X'}, G)$$

satisfaisant aux relations

$$(1) \quad \Phi(g'g) = \Phi(g')\Phi(g)$$

et

$$(2) \quad \Phi(1) = 1,$$

1 désignant l'homomorphisme identique.

La démonstration de ce théorème est basée sur le théorème suivant :

THÉOREME 3. — *Soient X, X' et Y trois compacts, $\dim X = \dim X' = k$, $\dim Y = l$, $k + l = m$, et soit g un homomorphisme de $H_k(X)$ dans $H_k(X')$, g induit alors un homomorphisme $G = G(X, X', Y; g): H_m(XY) \rightarrow H_m(X'Y)$ ayant les propriétés suivantes :*

a. Si $Y \subseteq Y'$, $\dim Y' = l + 1$, alors toute classe de $H_m(XY)$, prolongeable sur tout XY' , possède une image, au moyen de G , qui est aussi prolongeable, cette fois sur tout $X'Y'$.

b. Si $Y = Y_1 \cup Y_2$, $Y_1 \cap Y_2 = \emptyset$, et si $t_i, t_i', i = 1, 2$, désignent respectivement les homomorphismes naturels

$$t_i: H_m(X \cup Y) \rightarrow H_m(X \cup Y_i), \\ t_i': H_m(X \cup Y_i) \rightarrow H_m(X \cup Y_1).$$

alors

$$G(X, X', Y_1 \cup Y_2; g) = t_1' G(X, X', Y_1; g) t_1 + t_2' G(X, X', Y_2; g) t_2.$$

c. Si $g: H_k(X) \rightarrow H_k(X')$, $g': H_k(X') \rightarrow H_k(X'')$, alors

$$G(X, X'', Y; g'g) = G(X', X'', Y; g') G(X, X', Y; g),$$

d. $G(X, X, Y; 1) = 1$.

Dans le cas le plus simple des polyèdres triangulés par des complexes K, K' et L , G est donné par les relations

$$(3) \quad G \left[\sum_i x_i^k y_i^l \right]_{KL} = \left[\sum_i x_i'^k y_i^l \right]_{K'L},$$

$$(4) \quad [x_i'^k]_{K'} = g(x_i^k)_{K'}.$$

$x_i^k, x_i'^k, y_i^l$ étant des chaînes appartenant aux complexes K, K' et L respectivement, et $[x^k]_K$ désignant la classe de cohomologie de x^k dans le complexe K .

Afin d'en déduire le théorème 2, nous employerons essentiellement le fait [démontré dans la Note citée (2)] que

$$(5) \quad H^p(S_m^X, G) \approx H_X^p(S_m, G),$$

ce qui nous permet de remplacer dans le théorème 2, le premier groupe par le second [pour la définition de ce groupe voir aussi la Note citée (2)].

Considérons maintenant un X -cycle ($m-k$), dimensionnel quelconque $z^{m-k} = (X z^{m-k}, f)$ de S_m . Soit $[f]$ la classe d'homotopie contenant f et soit $D[f] \in H_m(X \cup Y)$, $Y = z^{m-k}$ le degré de $[f]$ (1). Le théorème de classification des transformations continues d'un compact à m dimensions dans S_m (1) assure l'existence d'une classe d'homotopie $\Psi(f)$ des transformations de $X \cup Y$ dans S_m complètement déterminée par la relation

$$(6) \quad D\Psi[f] = GD[F],$$

$G = G(g)$ étant l'homomorphisme du théorème 3. Soit maintenant f' une transformation continue, $f': X \cup Y \rightarrow S_m$, appartenant à la classe $\Psi[f]$, c'est-à-dire satisfaisant à

$$(7) \quad [f'] = \Psi[f].$$

Alors

$$(8) \quad \varphi(z^{m-k}) = [(X' z^{m-k}, f')]_{X'}$$

est une classe d'homologie de S_m au sens X' , complètement déterminée.

D'après le théorème d'extension de M. H. Hopf [dans la formulation de

M. H. Whitney ⁽⁴⁾] et la propriété (a) de $G(g)$, la classe $\varphi(z^{m-k})$ ne change pas si z^{m-k} varie dans une même classe de $H_X^{m-k}(S_m)$. Cela nous permet de poser la définition suivante de la transformation $\Phi : H_X^{m-k}(S_m) \rightarrow H_X^{m-k}(S_m)$:

$$(9) \quad \Phi[(X z^{m-k}, f)]_X = [(X' z^{m-k}, f')]_{X'},$$

f' satisfaisant à (7).

La propriété (b) de $G(g)$ a pour conséquence le fait que Φ est un homomorphisme, tandis que (c) et (d) nous permettent d'obtenir (1) et (2) ⁽⁵⁾.

(*) Séance du 20 février 1956.

⁽¹⁾ Voir SIBE MARDEŠIĆ, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 2287.

⁽²⁾ SIBE MARDEŠIĆ, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 983.

⁽³⁾ *Fundamenta mathematicæ*, 39, 1952, p. 25-37.

⁽⁴⁾ Voir HUREWICZ-WALLMAN, *Dimension theory*, Princeton, University Press, 1932, p. 141, 147 et 149.

⁽⁵⁾ Un exposé contenant les démonstrations complètes sera publié dans un des numéros suivants du journal : *Glasnik mat.-fiz. i astr.*, Zagreb.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — Automorphismes infinitésimaux d'une structure symplectique. Note (*) de M^{lle} PAULETTE LIBERMANN, présentée par M. Arnaud Denjoy.

L'espace vectoriel $\mathcal{L}$ des automorphismes infinitésimaux d'une variété symplectique est isomorphe à l'espace $\hat{\mathcal{L}}$ des 1-formes fermées. Crochet de Poisson global. Étude des mêmes problèmes pour les $SL(p, R)$ -structures : application aux variétés presque symplectiques et riemanniennes orientables. Les résultats de cette Note sont à rapprocher de certains obtenus par d'autres méthodes par A. Lichnerowicz ⁽¹⁾.

1. Soit V_p une variété différentiable de classe C^∞ , de dimension p . On désignera par K l'anneau des fonctions numériques C^∞ sur V_p , par T le K -module des champs de vecteurs tangents à V_p , par $\hat{T}_q$ ($q = 1, \dots, p$) le K -module des q -formes différentielles extérieures sur V_p (T et $\hat{T}_q$ étant de classe C^∞). Pour tout $X \in T$, l'opérateur transformation infinitésimale (ou dérivée de Lie) est défini par ⁽²⁾ :

$$(1) \quad \theta(X) = di(X) + i(X) d,$$

où $i(X)$ est le produit intérieur. Donc une forme fermée φ est invariante par X (ou encore X est un automorphisme infinitésimal de la structure définie par φ) si

$$(2) \quad \theta(X)\varphi = di(X)\varphi = 0.$$

Nous envisagerons les deux cas suivants : 1° φ (désignée par π) est une p -forme, partout de rang p ; V_p est alors munie d'une $SL(p, R)$ -structure. L'application $\gamma : X \rightarrow i(X)\pi$ définit un isomorphisme de T sur $\hat{T}_{p-1}$. La fonction

numérique $\partial(\Lambda)$ définie par : $\partial(\Lambda)\pi = (\partial(\Lambda))\pi$ est la *divergence* de Λ . 2° V_p est de dimension paire $p = 2n$ et φ (désignée par Ω) est de degré 2, partout de rang $2n$; V_{2n} est alors *symplectique*. L'application $\alpha: \Lambda \rightarrow i(\Lambda)\Omega$ définit un isomorphisme (ou *dualité par rapport à Ω*) de T sur $\hat{T}_1$ ⁽³⁾. De (2) on déduit :

THÉOREME. — Sur une variété V_p (resp. V_{2n}) munie d'une $SL(p, \mathbb{R})$ -structure (resp. d'une structure symplectique) l'espace M (resp. $\mathcal{L}$) des automorphismes infinitésimaux de la structure est isomorphe à l'espace vectoriel réel $\hat{M}$ (resp. $\hat{\mathcal{L}}$), de dimension infinie, des $(p-1)$ -formes (resp. 1-formes) fermées ⁽⁴⁾.

A l'algèbre de Lie dans $\mathcal{L}$ et M , définie par le crochet usuel correspondent dans $\hat{\mathcal{L}}$ et $\hat{M}$ des algèbres de Lie définies par : $[i(X)\varphi, i(Y)\varphi] = i[\Lambda, Y]\varphi$. Or, pour $X \in M, Y \in M$ ou pour $X \in \mathcal{L}, Y \in \mathcal{L}$, on a ⁽²⁾

$$i[X, Y]\varphi = \partial(X)i(Y)\varphi - i(Y)\partial(X)\varphi = \partial(X)i(Y)\varphi - di(X)i(Y)\varphi,$$

soit

$$(3) \quad i[X, Y]\varphi = di(X \wedge Y)\varphi,$$

et $i[X, Y]\varphi$ est *homologue à 0* (~ 0). On en déduit

PROPOSITION. — L'isomorphisme α (resp. γ) induit sur $\hat{\mathcal{L}}$ (resp. $\hat{M}$) une structure d'algèbre de Lie dont l'espace $\hat{\mathcal{F}}$ (resp. $\hat{F}$) des formes ~ 0 est un idéal et la structure d'algèbre de Lie quotient dans le groupe de cohomologie $\hat{\mathcal{L}}/\hat{\mathcal{F}}$ (resp. $\hat{M}/\hat{F}$) est abélienne.

2. Dans le cas d'une structure symplectique (3) s'écrit :

$$(3') \quad i[X, Y]\Omega = di(X \wedge Y)\Omega;$$

si l'on pose $\varphi = \alpha(X)$, $\psi = \alpha(Y)$, on a : $i(X \wedge Y)\Omega = \Lambda\varphi \wedge \psi$, où Λ est l'opérateur $\tilde{\star} L \tilde{\star}$ ($\tilde{\star} \omega$ désignant l'adjointe d'une forme ω par rapport à Ω et L étant l'opérateur $\omega \rightarrow \omega \wedge \Omega$) ⁽³⁾. Donc le crochet dans $\mathcal{L}$ est défini par

$$(4) \quad [\varphi, \psi] = d\Lambda(\varphi \wedge \psi) = \tilde{\delta}(\varphi \wedge \psi),$$

car $(d\Lambda - \Lambda d)\omega = (-1)^r \tilde{\delta}\omega$ (avec $\tilde{\delta} = \tilde{\star} d\tilde{\star}$) pour toute r -forme ω . Si φ et ψ sont homologues à zéro ($\varphi = df$, $\psi = dg$), on a

$$(5) \quad [df, dg] = d\Lambda(df \wedge dg)$$

et la fonction (f, g) définie par

$$(6) \quad (f, g) = \Lambda(df \wedge dg)$$

est la *parenthèse de Poisson* de f et g relativement à Ω . Donc sur une variété symplectique l'ensemble K des fonctions numériques de classe C^1 possède, outre sa structure d'anneau, une structure d'algèbre de Lie (de dimension infinie) définie par la parenthèse de Poisson et dont le centre est le corps des constantes ⁽⁵⁾.

Si une sous-algèbre de Lie $\mathcal{L}'$ de $\mathcal{L}$ engendre un K -module définissant un champ d'éléments de contact intégraux de Ω , alors $\mathcal{L}'$ est abélienne. En effet pour $X \in \mathcal{L}', Y \in \mathcal{L}'$, on a alors : $i(X \wedge Y)\Omega = 0$.

3. Une structure *presque symplectique* sur V_{2n} (c'est-à-dire définie par une forme Ω non nécessairement fermée) est subordonnée à une $SL(2n, R)$ -structure pour laquelle le volume $\pi = \Omega^n/n!$. En désignant encore par α l'isomorphisme : $X \rightarrow i(X)\Omega$, on a (3) : $i(X)(\Omega^n/n!) = \tilde{\star}\alpha(X)$ et (2) entraîne : $\tilde{\delta}\alpha(X) = 0$. Donc l'isomorphisme α applique l'espace M des automorphismes infinitésimaux de la $SL(2n, R)$ -structure sur l'espace $\hat{\mathcal{M}}$ des 1-formes cofermées relativement à Ω . Si $\varphi = \alpha(X)$, $\psi = \alpha(Y)$, $i(X \wedge Y)(\Omega^n/n!) = \tilde{\star}(\varphi \wedge \psi)$; on déduit de (3), pour X et $Y \in M$: $\tilde{\star}\alpha[X, Y] = d\tilde{\star}(\varphi \wedge \psi)$, d'où une algèbre de Lie dans $\hat{\mathcal{M}}$ définie par

$$(7) \quad [\varphi, \psi] = \tilde{\delta}(\varphi \wedge \psi);$$

dans le cas où V_{2n} est symplectique, on a $\hat{\mathcal{L}} \subset \hat{\mathcal{M}}$ et dans $\hat{\mathcal{L}}$ les crochets définis par (4) et (7) sont identiques.

4. Soit V_p une variété riemannienne orientable; à la métrique Φ est associé un volume π ; soit β l'isomorphisme de T sur $\hat{T}_1$ défini par la *dualité par rapport à la métrique*. On a $i(X)\pi = \star\beta(X)$ [où $\star\beta(X)$ est l'adjointe par rapport à Φ]; soit $\hat{\delta} = -\star d\star$ la codifférentielle; $d i(X)\pi = 0$ entraîne :

$$(8) \quad \hat{\delta}\beta(X) = 0,$$

relation vérifiée en particulier par les *champs de vecteurs de Killing* (et démontrée autrement dans le cas compact par A. Lichnerowicz). La divergence ∂X est définie par $\partial X = \hat{\delta}\beta(X)$. Soient $\varphi = \beta(X)$, $\psi = \beta(Y)$, on a : $i(X \wedge Y)\pi = \star(\varphi \wedge \psi)$; on en déduit dans l'espace $\hat{\mathcal{N}}$ des 1-formes cofermées une algèbre de Lie définie par

$$(9) \quad \{\varphi, \psi\} = \hat{\delta}(\varphi \wedge \psi).$$

Donc sur une variété riemannienne orientable, l'espace M des transformations infinitésimales laissant invariant le volume est transformé dans la dualité β en l'espace vectoriel $\hat{\mathcal{N}}$ des 1-formes cofermées et tout élément de $\{\hat{\mathcal{N}}, \hat{\mathcal{N}}\}$ est cohomologue à 0. En particulier le crochet de deux champs de Killing est transformé en une forme cohomologue à 0.

5. Soit V_{2n} une variété *presque symplectique* et soit Φ une métrique riemannienne échangeable avec Ω . Le produit $\beta = \alpha^{-1}\beta$ des dualités par rapport à Ω et Φ est un automorphisme de T qui définit sur V_{2n} une structure *presque complexe*; son contragrédient $C = \alpha\beta^{-1}$ est un automorphisme de $\hat{T}_1$ qui se prolonge aux espaces $\hat{T}_q$ ($q = 1, \dots, 2n$); C est un isomorphisme de $\hat{\mathcal{M}}$ sur $\hat{\mathcal{N}}$ et en tenant compte de : $\tilde{\delta} = (-1)^q C^{-1}\hat{\delta}C$, on démontre, pour $\varphi \in \hat{\mathcal{M}}$, $\psi \in \hat{\mathcal{M}}$, $\omega \in \hat{\mathcal{N}}$, $\mu \in \hat{\mathcal{N}}$:

$$(10) \quad [C\varphi, C\psi] = C[\varphi, \psi], \quad [C\omega, C\mu] = -C[\omega, \mu].$$

Supposons V_{2n} symplectique; on démontre alors pour $X \in \mathcal{L}^0$, $Y \in \mathcal{L}^0$:

$$(11) \quad d\partial\partial X = -\Delta\alpha(X), \quad \partial\partial[X, Y] = -\Delta i(X \wedge Y)\Omega,$$

où $\Delta = d\hat{\sigma} + \hat{\sigma}d$; on en déduit, si V_{2n} est compacte : $\partial\mathcal{J}[X, Y] = \text{const.}$ entraîne $[X, Y] = 0$. Si V_{2n} est kählérienne, $\Delta\alpha(X) = 0$ entraîne $\Delta_3(X) = 0$; on en déduit que si V_{2n} est kählérienne compacte, tout champ de Killing X tel que $d\partial\mathcal{J}X = 0$ est à dérivée covariante nulle.

6. Soit V_{2n} une variété symplectique. Un champ de vecteurs X définit une transformation infinitésimale conforme si $\theta(X) = \lambda\Omega$, c'est-à-dire si $di(X)\Omega = \lambda\Omega$; d'après un théorème de Lepage, on a alors $\lambda = \text{const.}$ si $n > 1$, d'où :

THÉOREME. — *Sur une variété symplectique compacte V_{2n} ($n > 1$), toute transformation infinitésimale conforme est un automorphisme infinitésimal.*

COROLLAIRE. — *Sur une variété presque kählérienne compacte V_{2n} ($n > 1$), toute transformation infinitésimale conforme de la métrique riemannienne qui conserve la structure presque complexe est une isométrie infinitésimale.*

En effet si Φ est multipliée par λ , il en est de même de Ω .

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) A. LICHTNEROWICZ, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 1344; 241, 1955, p. 726.

(2) H. CARTAN, *Colloq. Top. Bruxelles*, 1950, p. 15-27.

(3) C. EHRESMANN et P. LIBERMANN, *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 697; P. LIBERMANN, *Thèse (Annali di Matem.*, 36, 1954).

(4) Propriété démontrée pour une structure symplectique dans R^{2n} par LEE, *Amer. J. of Math.*, 55, 1943 et VAN HOVE, *Mém. Acad. Roy. Belgique*, 36, 1951.

(5) La parenthèse de Poisson a été introduite sous cette forme dans R^{2n} par E. CARTAN, *Invariants intégraux*, Paris, 1922. Voir également VAN HOVE, *loc. cit.*, et GALLISSOT, *Ann. Inst. Fourier*, 4, 1954. A. Lichtnerowicz a introduit cette parenthèse sur une variété de Hodge dans un sous-espace de K .

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Champ d'holonomie et sous-algèbre d'holonomie.* Note de M. ANDRÉ ARAGNOL, présentée par M. Joseph Pérès.

Le but de cette Note est d'étudier l'algèbre L des formes différentielles tensorielles d'espèce adjointe sur un espace fibré principal et de rechercher les sous-algèbres de L stables pour l'opérateur de différentiation covariante et définies par des systèmes de Pfaff complètement intégrables. On démontre que de telles sous-algèbres contiennent nécessairement la forme de courbure.

1. Soit $\mathcal{E}(E, B, G, p)$ un espace fibré principal différentiable dont la base B est de dimension m et le groupe structural G de dimension n . Nous supposons que $\mathcal{E}$ est muni d'une connexion définie par une forme différentielle ω à valeurs dans l'algèbre de Lie $A(G)$ de G . L'espace vectoriel dual de $A(G)$ sera noté A^* . G opère sur A^* par l'intermédiaire de la représentation $M(s)$ ($s \in G$) duale de la représentation adjointe. A $M(s)$ est associée la représentation $M(a)$ ($a \in A(G)$) de $A(G)$ sur A^* . Soient $\mathcal{A}$ l'algèbre des formes différentielles sur E à valeurs dans $A(G)$, L l'algèbre des formes différentielles tenso-

rielles d'espèce $ad(s)$, $\mathfrak{A}^*$ le module des formes différentielles sur E à valeurs dans A^* et L^* , le module des formes différentielles tensorielles d'espèce $M(s)$. L s'identifie à une sous-algèbre de $\mathfrak{A}$ et L^* à un sous-module de $\mathfrak{A}^*$. Nous noterons D l'opérateur défini pour $\theta \in \mathfrak{A}$ et $\theta^* \in \mathfrak{A}^*$ par

$$D\theta = d\theta + [\omega, \theta] \quad \text{et} \quad D\theta^* = d\theta^* + \overline{M}(\omega) \wedge \theta^*.$$

Sur L et L^* , D n'est autre que l'opérateur de différentiation covariante.

Si $\langle a^*, a \rangle$ désigne le produit scalaire de $a^* \in A^*$ et $a \in A(G)$, $\langle \theta^*, \theta \rangle$ est une forme différentielle ordinaire de degré pq sur E si $\theta^* \in \mathfrak{A}_p^*$ et $\theta \in \mathfrak{A}_q$ ⁽¹⁾ et sur B si $\theta^* \in L_p^*$ et $\theta \in L_q$. Dans les deux cas :

$$(1) \quad d\langle \theta^*, \theta \rangle = \langle D\theta^*, \theta \rangle + (-1)^p \langle \theta^*, D\theta \rangle.$$

Enfin, si α est une forme différentielle ordinaire sur B de degré p et si $\theta \in L_q$ (resp. $\theta^* \in L_q^*$) admet pour composantes θ^i par rapport à une base de $\Lambda(G)$, le produit $\alpha \wedge \theta = (-1)^{pq} \theta \wedge \alpha$ sera la forme tensorielle de composantes $\alpha \wedge \theta^i$. On a

$$(2) \quad D\alpha \wedge \theta = d\alpha \wedge \theta + (-1)^p \alpha \wedge D\theta.$$

2. L'espace F_x des vecteurs tangents en $x \in E$ à la fibre qui passe par x s'identifie à $A(G)$. Soit C un champ de p -éléments plans $C_x \subset F_x$ tels que C_x s'identifie à une sous-algèbre de $A(G)$ et que, si x' se déduit de x par une translation à droite $s \in G$, on ait $C_{x'} = ad(s^{-1}).C_x$. Nous noterons $L_0(C)$ la sous-algèbre de L constituée par les tenseurs $l \in L_0$ tels que $l_x \in C_x$ et $L(C)$ la sous-algèbre engendrée par les formes différentielles tensorielles déduites de $L_0(C)$ par multiplication par les formes de la base. Soit $L_0^*(C)$ le sous-module de L^* orthogonal à $L_0(C)$ et $L^*(C)$ le sous-module engendré par les formes déduites de $L_0^*(C)$ par multiplication par les formes de la base. Nous nous intéresserons ici aux sous-algèbres $L(C)$ stables pour D . On voit facilement, d'après (1) que si $L(C)$ est stable, $L^*(C)$ l'est également. De plus, d'après (2), pour que $L(C)$ [resp. $L^*(C)$] soit stable, il faut et il suffit que $DL_0(C) \subset L_1(C)$ [resp. $DL_0^*(C) \subset L_1^*(C)$].

3. Soit T_x l'espace des vecteurs tangents à E en x et $\varphi_{x,x} : T_x \rightarrow F_x$ le projecteur associé à la connexion. Nous nous proposons de chercher à quelle condition le champ K défini par $K_x = \varphi_{x,x}^{-1}(C_x)$ est intégrable lorsque $L(C)$ est stable par D . Soit $U \subset B$ un ouvert homéomorphe à R^n , C_U et K_U les restrictions de C et K à $p^{-1}(U)$ et L_U , L_U^* , $L(C_U)$, $L^*(C_U)$, ..., les algèbres ou modules obtenus en appliquant à $p^{-1}(U)$ et C_U les définitions correspondantes des paragraphes 1 et 2.

Soient $l_\alpha^* \in L_0^*(C_U)$ ($\alpha = 1, \dots, n-p$) $n-p$ tenseurs indépendants. K_U est alors défini par le système de Pfaff $\langle l_\alpha^*, \omega \rangle = 0$ (3). Or

$$d\langle l_\alpha^*, \omega \rangle = \langle D l_\alpha^*, \omega \rangle + \langle l_\alpha^*, D\omega \rangle.$$

Puisque $L^*(C_U)$ est stable on a $D l_\alpha^* = \sum_{\beta} \theta_{\alpha\beta} l_\beta^*$ où les $\theta_{\alpha\beta}$ sont des formes

différentielles linéaires sur L . D'autre part $D\omega = \Omega + \frac{1}{2}[\omega, \omega]$ où Ω est la forme de courbure de la connexion. Donc

$$(4) \quad d\langle l_x^*, \omega \rangle = \sum_{\beta} \theta_{\alpha\beta} \langle l_\beta^*, \omega \rangle + \frac{1}{2} \langle l_x^*, [\omega, \omega] \rangle + \langle l_x^*, \Omega \rangle.$$

Comme C_x s'identifie à une sous-algèbre de $A(G)$, on a

$$\langle l_x^*, [\theta_1, \theta_2] \rangle = \sum_{\beta, \gamma} \mu_{\alpha}^{\beta\gamma} (\langle l_\beta^*, \theta_1 \rangle \wedge \langle l_\gamma^*, \theta_2 \rangle - (-1)^{pq} \langle l_\beta^*, \theta_2 \rangle \wedge \langle l_\gamma^*, \theta_1 \rangle),$$

pour $\theta_1 \in \mathfrak{A}_p$ et $\theta_2 \in \mathfrak{A}_q$. En particulier

$$(5) \quad \frac{1}{2} \langle l_x^*, [\omega, \omega] \rangle = \sum_{\beta, \gamma} \mu_{\alpha}^{\beta\gamma} \langle l_\beta^*, \omega \rangle \wedge \langle l_\gamma^*, \omega \rangle.$$

Or, pour que (3) soit complètement intégrable, il faut et il suffit que

$$d(\langle l_x^*, \omega \rangle) \wedge \langle l_1^*, \omega \rangle \wedge \dots \wedge \langle l_{n-p}^*, \omega \rangle = 0, \quad (\alpha = 1, \dots, n-p).$$

Condition qui, en tenant compte de (4) et (5) se réduit à

$$\langle l_x^*, \Omega \rangle \wedge \langle l_1^*, \omega \rangle \wedge \dots \wedge \langle l_{n-p}^*, \omega \rangle = 0 \quad (\alpha = 1, \dots, n-p).$$

Ce qui entraîne $\langle l_x^*, \Omega \rangle = 0$ car $\langle l_x^*, \Omega \rangle$ est une forme différentielle sur B alors que la restriction de $\langle l_1^*, \omega \rangle \wedge \dots \wedge \langle l_{n-p}^*, \omega \rangle$ à une fibre n'est pas nulle par définition même de la forme de connexion ω .

En revenant à E , on obtient le théorème :

THÉOREME 1. — *Pour qu'un champ C définissant une sous-algèbre $L(C)$ stable par D soit intégrable, il faut et il suffit que $\Omega \in L_2(C)$.*

1. Soit $\theta \in L_q$. Désignons par $\theta_x(u)$ la valeur de θ pour l'élément u de la $q^{\text{ième}}$ puissance extérieure $t'_{p, x}$ de l'espace des vecteurs tangents à B au point $p(x)$ et par $C_x(\theta)$ l'ensemble des éléments de F_x obtenus en transportant horizontalement les $\theta_y(u)$ par parallélisme en x toutes les fois que cela est possible pour $y \in E$ et $u \in t'_{p, y}$ et cela de toutes les façons possibles. Soit $C_x(\theta)$ la sous-algèbre de $A(G)$ engendrée en x par $C_x(\theta)$. L'ensemble des $C_x(\theta)$ constitue un champ différentiable $C(\theta)$ et, par construction, $L(C(\theta))$ est stable par D . Considérons en particulier $C(\Omega)$. On a clairement : $\Omega \in L_2(C(\Omega))$. Par ailleurs si $\Omega \in L_2(C)$, on a : $C(\Omega) \subset C$ d'où :

THÉOREME 2. — *$L(C\Omega)$ est stable par D et $C(\Omega)$ est intégrable. Pour qu'un champ C tel que $L(C)$ soit stable par D , soit intégrable, il faut et il suffit que $C(\Omega) \subseteq C$.*

Par définition $C(\Omega)$ sera appelé *champ d'holonomie* et $L(C(\Omega))$, *sous-algèbre d'holonomie*.

5. Le théorème d'Ambrose et Singer ⁽²⁾ est alors un corollaire du théo-

rème 2, sous réserve du lemme suivant, facile à vérifier : l'algèbre de Lie de la composante connexe du groupe d'holonomie en $x \in E$ contient $C_x(\Omega)$ ⁽³⁾.

⁽¹⁾ $\alpha_p, \alpha_p^*, L_p, L_p^*$ désignent l'ensemble des formes de degré p de α, α^*, L, L^* .

⁽²⁾ *Trans. Amer. Math. Soc.*, 75, 1953, p. 428-443.

⁽³⁾ La structure de L sera précisée dans une publication ultérieure à l'aide de notions dérivées de celle de faisceau.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Tendance vers un état d'équilibre stable de phénomènes soumis à une évolution markovienne.* Note (*) de MM. **AIMÉ FUCHS** et **JEAN-PIERRE VIGIER**, présentée par M. Georges Darmon.

On donne des conditions suffisantes précises entraînant la tendance vers un état d'équilibre stable de phénomènes décrits par un processus de Markoff homogène dans le temps. Extension de ces résultats au cas général.

1. CAS HOMOGÈNE DANS LE TEMPS. — Soit $X(t)$ une fonction aléatoire (f. a.) de Markoff homogène dans le temps et désignons par

$$F(t; x, E) = P \{ X(t + \tau) \in E \mid X(\tau) = x \} \\ (t, \tau \geq 0; E = \text{ensemble linéaire mesurable} - B),$$

sa loi de probabilité (l. p.) de passage. Désignons en outre par

$$\Phi(t, E) = P \{ X(t) \in E \} \quad (t \geq 0),$$

sa l. p. *a priori* à l'instant t . En se basant sur des résultats de J. L. Doob ⁽¹⁾ on peut démontrer le théorème suivant :

THÉOREME 1. — Supposons que le processus ait débuté à un certain instant pris pour origine. S'il satisfait à la condition de Doeblin D que nous préciserons ultérieurement, la l. p. *a priori* $\Phi(t, E)$ tend, lorsque $t \rightarrow \infty$, vers une l. p. limite $\Lambda(E)$ indépendante de la l. p. initiale, la limite étant atteinte exponentiellement et uniformément en E . En d'autres termes on peut trouver une limitation du type suivant :

$$|\Phi(t, E) - \Lambda(E)| < h e^{-kt},$$

h et k étant des constantes positives indépendantes de E . La distribution limite $\Lambda(E)$ est en outre stable, c'est-à-dire est conservée après chaque intervention du hasard. En d'autres termes elle satisfait à l'équation intégrale

$$\Lambda(E) = \int \Lambda(dx) F(t; x, E)$$

pour tout $t \geq 0$. Si donc nous prenons $\Lambda(E)$ comme l. p. initiale, le processus sera non seulement homogène dans le temps mais encore stationnaire. La

limite $\Lambda(E)$ étant atteinte exponentiellement, l'évolution du système est en fait très rapidement indiscernable de l'évolution stationnaire que nous venons de mettre en évidence. Notons que dans sa thèse J. Neveu a trouvé un énoncé identique mais avec la restriction que les valeurs possibles de $\Lambda(t)$ sont limitées à un ensemble compact de $X(t)$.

Ceci dit l'hypothèse de Doeblin D est la suivante :

Hypothèse D. — $\varphi(E)$ étant une mesure positive bornée, on sait que l'on peut décomposer $F(t; x, E)$ en une composante absolument continue par rapport à φ et en une composante singulière

$$F(t; x, E) = \int_E p(t; x, y) \varphi(dy) + \Delta(t; x, E).$$

L'hypothèse D consiste alors à supposer qu'il existe une fonction φ du type indiqué et un ensemble borélien $\mathcal{C}$ tels que pour t_0 suffisamment grand on ait simultanément

$$\begin{aligned} \varphi(\mathcal{C}) &> 0, \\ p(t_0; x, y) &\geq \delta > 0 \quad \text{quel que soit } x \text{ et pour tout } y \in \mathcal{C}. \end{aligned}$$

2. CAS GÉNÉRAL. — Quand on supprime l'hypothèse de l'homogénéité dans le temps les choses se compliquent singulièrement et il n'est possible de donner des propriétés asymptotiques que sous des restrictions assez sévères. Posons comme d'habitude

$$\begin{aligned} F(t, x; \tau, E) &= P\{X(\tau) \in E \mid X(t) = x\} \quad (t \leq \tau), \\ \Phi(t, E) &= P\{X(t) \in E\} \quad (t \geq 0). \end{aligned}$$

Nous avons vu que dans le cas homogène dans le temps la seule condition de Doeblin assurait l'existence d'une distribution limite stable $\Lambda(E)$. Dans le cas général nous supposons expressément l'existence d'une distribution stable strictement positive, c'est-à-dire nous supposons qu'il existe une distribution $\Lambda(E) > 0$ si $\text{mes}_E(E) > 0$ telle que l'on ait

$$(1) \quad \Lambda(E) = \int_0^{+\infty} \Lambda(dx) F(t, x; \tau, E)$$

quels que soient $t, \tau \geq 0, t \leq \tau$. On peut alors démontrer le théorème suivant.

THÉOREME 2. — Supposons toujours que le processus ait débuté à un certain instant pris pour origine. S'il existe une distribution de probabilité stable $\Lambda(E)$ du type précédent et si de plus le processus satisfait à la condition D' analogue à la condition de Doeblin D la l. p. *a priori* $\Phi(t, E)$ tend, lorsque $t \rightarrow \infty$, vers la distribution stable $\Lambda(E)$ pourvu toutefois que la l. p. initiale $\Phi(0, E)$ soit prise dans la famille $\mathcal{F}$ définie par

$$\mathcal{F} : \quad \Phi(0, E) \leq K\Lambda(E) \quad (0 < K < \infty).$$

La limite $\Lambda(E)$ est encore atteinte exponentiellement et uniformément en E ,

c'est-à-dire on a encore une limitation du type

$$|\Phi(t, E) - \Lambda(E)| < he^{-kt},$$

h et k étant des constantes positives indépendantes de E .

L'hypothèse D' est la suivante.

Hypothèse D' . — Il existe un ensemble borélien $\mathcal{C}$ tel que, pour t_0 suffisamment grand, on ait simultanément

$$\Lambda(\mathcal{C}) > 0,$$

$$F(t, x; t, t_0, E) \geq \delta \Lambda(E) \quad (\delta > 0),$$

quels que soient t et E et pour tout $x \in \mathcal{C}$.

Nous nous bornerons à indiquer le principe de la démonstration. On a, pour $t < \tau$, en vue de (1).

$$\frac{\Phi(\tau, E)}{\Lambda(E)} = \int_{-\tau}^{\tau} \frac{\Phi(t, dx)}{\Lambda(dx)} \frac{\Lambda(dx)}{\Lambda(E)} F(t, x; \tau, E) \leq \sup_E \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)}.$$

La limitation ainsi obtenue étant uniforme en E , il vient

$$\sup_E \frac{\Phi(\tau, E)}{\Lambda(E)} \leq \sup_E \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)} \quad (t < \tau),$$

c'est-à-dire la fonction

$$M(t) = \sup_E \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)}$$

est non croissante en t . On montre de même que la fonction

$$m(t) = \inf_E \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)}$$

est non décroissante en t . On a évidemment

$$m(t) \leq \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)} \leq M(t)$$

et, en passant à la limite pour $t \rightarrow \infty$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} m(t) = l, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} M(t) = L,$$

$$l \leq \liminf_{t \rightarrow \infty} \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)} \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)} \leq L.$$

L'hypothèse D' a pour rôle d'assurer l'égalité des deux limites l et L qui sont alors nécessairement égales à 1 et dans ces conditions

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Phi(t, E)}{\Lambda(E)} = 1, \quad \text{c'est-à-dire} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t, E) = \Lambda(E).$$

Une analyse plus détaillée montre que la limite $\Lambda(E)$ est atteinte exponentiellement et uniformément en E .

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) *Stochastic processes*, p. 256.

RESISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Étude analogique de colonnes à section variable en régime élasto-plastique à l'aide de modèles électriques résistifs*. Note (*) de M. ROBERT SCANLAN, présentée par M. Joseph Pérès.

Soit P la charge longitudinale sur une colonne droite de longueur l ayant la rigidité de flexion variable $EI = f(x)$. Le déplacement y de la colonne en flambage est régi par l'équation

$$(1) \quad EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -Py,$$

avec, par exemple, $y(0) = y(l) = 0$ dans le cas d'appuis simples. Soit $A(x)$ l'aire de la section x de la colonne, section dont le rayon de giration est ρ défini par $\rho^2 = I/A$ et dont la contrainte de compression est $\sigma = P/A$.

Le problème classique où A et EI sont constants est résolu par la formule d'Euler pour la valeur critique de P :

$$(2) \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

que l'on peut encore écrire, en introduisant la contrainte σ :

$$(3) \quad \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{\rho}\right)^2},$$

où l/ρ est la « finesse » de la colonne.

Cette relation cesse d'être valable lorsque la contrainte σ_{cr} calculée d'après (3) dépasse la valeur σ_1 supportable par le matériau de la colonne sans fluage plastique, c'est-à-dire si la valeur de l/ρ est trop faible. La courbe des variations de σ en fonction de la déformation $\varepsilon = \Delta/l$ cesse d'être rectiligne pour $\sigma > \sigma_1$ et a une pente E_t décroissante. La figure 1 représente les variations de cette pente pour un alliage d'aluminium. Elle donne E_t/E en fonction de σ/σ_0 , E ayant la valeur de 7 540 kg/mm² et σ_0 étant une valeur de référence égale à 29,5 kg/mm².

Des études analytiques et expérimentales ont amené à la conclusion que l'emploi de E_t à la place de E dans la formule (3) tient bien compte, de façon globale, des phénomènes physiquement complexes qui ont lieu à l'intérieur d'une colonne à section constante pendant le flambage, quelle que soit la valeur de l/ρ . [Voir Hoff⁽¹⁾ pour un résumé historique de cette question]. La formule (3), avec E remplacé par E_t , permet de construire des graphiques, analogues à celui de la figure 2, présentant σ/σ_0 en fonction de l/ρ pour une colonne à section constante donnée. (A_1 , ρ_1 sont dans ce cas les valeurs constantes de A et ρ pour la colonne donnée.)

Revenons au cas où la section n'est plus constante. Il n'existe pas de formule comme (3) pour permettre la construction immédiate de courbes comme (2). Un réseau analogique électrique permet alors une solution pratique du problème. J'ai déjà décrit ⁽²⁾ un procédé pour déterminer P_{cr} dans le cas où EI est fonction de x connue. Dans le cas présent on doit prendre pour inconnue

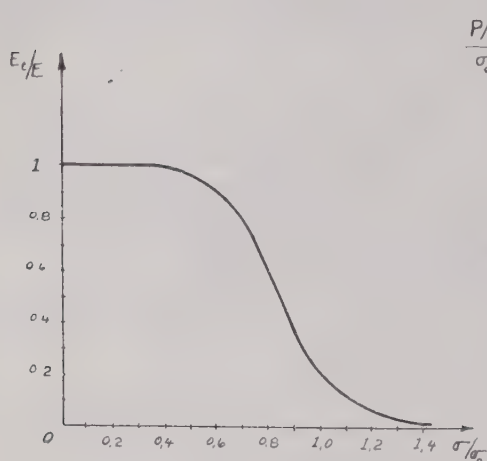


Fig. 1.

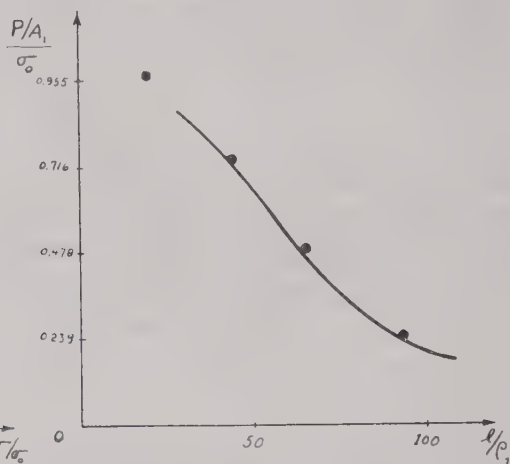


Fig. 2.

la longueur l_{cr} pour une charge P donnée; on connaît d'ailleurs A en fonction de x/l . Ceci détermine σ à chaque section, d'où d'après la figure 1, E_c en fonction de x/l . On établit alors un réseau électrique linéaire du genre de ceux des Notes citées ⁽²⁾, dans lequel la longueur de maille est maintenant désignée par $\Delta x/l$. L'alimentation de ce réseau est faite par de grandes résistances R dont la valeur est proportionnelle à $E_c l \Delta x / (P \gamma)$. Comme dans les Notes précédentes on partira d'un mode $\gamma_0(x)$ approché; on en tire électriquement un meilleur mode que l'on utilise de nouveau, et ainsi de suite jusqu'à la convergence sur le mode correct γ , ce qui détermine en même temps la longueur critique l_{cr} . On obtient ainsi des graphiques tels que celui de la figure 2 (où A_1 , c_1 représentent maintenant des valeurs de référence, prises à $x/l = 1/2$, par exemple).

J'ai repris ainsi un exemple de colonne à section variable en régime élastoplastique traité par R. E. Newton ⁽³⁾ (fig. 2). Les points noirs de la figure 2 sont calculés par analogie; ils montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux de Newton (trait plein).

Newton et d'autres auteurs ont également traité le problème analytiquement de façon approximative par la méthode énergétique en introduisant des modes arbitraires simulant le mode correct de flambage. Une telle méthode devient fastidieuse s'il s'agit de colonnes à formes non usuelles (par exemple, non symétriques par rapport au milieu), ou d'encastremements autres que des

appuis simples, où l'on ne peut facilement deviner des modes approchés à utiliser. Par contre, le réseau électrique donne rapidement le mode correct à 1 % près et tient compte de toute variation de section et de toute condition d'encastrement de la colonne.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) *Buckling and Stability*, 41st Wright Memorial Lecture *Jnl. Roy. Aeron. Soc.*, Aeron. Repr., n° 123.

(²) *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 1470; 240, 1955, p. 1047.

(³) *Proceedings First U. S. Nat. Congr. of Appl. Mech. A. S. M. E.*, juin, 1951, p. 625.

HYDRAULIQUE. — *Expressions exactes des débits d'infiltration dans des barrages tridimensionnels à parois verticales*. Note (*) de M. PIERRE HUARD DE LA MARRE, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Les formules de Dupuit, qui donnent directement le débit de filtration (avec surface libre) d'un massif perméable reposant sur un fond horizontal et limité par deux plans verticaux parallèles ou par deux cylindres concentriques, sont souvent établies à partir de la théorie approchée de Dupuit-Forcheimer (¹). Une démonstration rigoureuse est donnée dans le livre de M^{me} Poloubarinova-Kotchina (*Théorie du mouvement des eaux souterraines*, p. 326). Je ne sais s'il est connu que, comme me l'a signalé M. Pérès, elles résultent immédiatement de l'application de la relation de Green avec les deux fonctions harmoniques φ , potentiel de l'écoulement de filtration, et x ou $\log(x^2 + y^2)$, suivant le cas envisagé.

2. Il est intéressant de rechercher les extensions possibles. Soit un massif perméable séparant deux plans d'eau dans une vallée de forme *a priori* quelconque. Le volume occupé par le fluide dans le massif est limité par une surface S qui comprend : les surfaces A_1 et A_2 des parements amont et aval du massif, baignées par les bassins amont et aval, une partie V de la vallée, une surface libre Σ et, sur le parement aval du massif, une surface de suintement Σ' . Écrivons la relation de Green :

$$(1) \quad \int_S \varphi \frac{df}{dn} dS = \int_S f \frac{d\varphi}{dn} dS \quad (n, \text{normale extérieure})$$

où figure, avec le potentiel des vitesses φ , une autre fonction harmonique f , pour le moment arbitraire. L'intégrale au second membre n'est différente de zéro que sur les surfaces A_1 du parement amont et $A_2 + \Sigma'$ du parement aval; si f prend des valeurs constantes f_1 et f_2 sur ces parements respectifs, elle s'écrit $(f_1 - f_2)Q/K$, où Q est le débit et K le coefficient de filtration. Le problème consiste à choisir si possible la fonction f de façon que l'intégrale au premier membre puisse se calculer *a priori*, sans que l'on ait à déterminer

d'abord l'écoulement de filtration et les formes des surfaces libre Σ et de suintement Σ' . Mais on sait que, sur Σ et sur Σ' φ est égale à la cote z . Nous avons donc à évaluer

$$(2) \quad \int_{\Sigma+\Sigma'} z \frac{df}{dn} dS.$$

Or, il est immédiat que les lignes de niveau de la surface $\Sigma+\Sigma'$, dont les cotes z sont comprises entre les hauteurs H_1 et H_2 des plans d'eau amont et aval, iront d'un bord à l'autre de la vallée. Soit AB une telle ligne, parcourue dans le sens qui fait $+\pi/2$ avec le sens de l'écoulement, et s son arc. On a $dS = ds dz/\sin\theta$ et les cosinus directeurs de la normale n sont $(dy/ds) \sin\theta$, $-dx/ds \sin\theta$, $\cos\theta$, si θ est l'angle de cette normale avec la verticale, dx et dy étant pris sur la ligne de niveau. Dans ces conditions, l'intégrale (2) peut s'écrire

$$\int_{H_2}^{H_1} z dz \int_{AB} (f'_x dy - f'_y dx + f'_z \cotg\theta ds).$$

Pour qu'elle ne dépende que de la forme de la vallée il faut d'abord que f soit indépendante de z et, g étant sa fonction conjuguée, l'intégrale s'écrit :

$$\int_{H_2}^{H_1} [g(B) - g(A)] z dz.$$

Elle s'évalue à priori si les lignes de niveau de la vallée sont des lignes $g = \text{const.}$ $g(B)$ et $g(A)$ étant alors des fonctions données de z .

Dans ces conditions l'intégrale prise sur V disparaît et, le potentiel φ prenant les valeurs H_1 et H_2 sur les surfaces A_1 et A_2 , la relation (1) donne le débit Q :

$$(3) \quad (f_1 - f_2) \frac{Q}{K} = H_1 \int_{A_1} \frac{df}{dn} dS + H_2 \int_{A_2} \frac{df}{dn} dS + \int_{H_2}^{H_1} [g(B) - g(A)] z dz,$$

formule donc applicable dans les conditions suivantes :

a. Les lignes de niveau de la vallée forment en projection horizontale un système isotherme défini par $g(x, y) = \text{const.}$, g étant fonction harmonique de deux variables. L'équation de la vallée est donc

$$z = \Phi[g(x, y)],$$

Φ donnant, dans le cas le plus simple, deux déterminations pour g en fonction de z , qui correspondent aux deux versants de la vallée.

b. Le massif poreux est limité par des surfaces cylindriques verticales, d'équations

$$f(x, y) = f_1, \quad f(x, y) = f_2,$$

la fonction f étant harmonique et ayant g pour conjuguée.

3. Exemple : a. $f = x$; $g = y$. — On obtient ainsi le cas d'un massif filtrant barrant une vallée cylindrique horizontale, dont les parois sont des sections

droites de la vallée. La relation (3) devient

$$(4) \quad l \frac{Q}{K} = H_1 A_1 - H_2 A_2 - \mathcal{M}'_{xy}(B),$$

où l est la longueur du barrage et B la section comprise entre H_1 et H_2 . Si la section de la vallée est donnée graphiquement, A_1 , A_2 et le moment de B peuvent être calculés par les procédés graphiques classiques.

b. $f = -\theta = -\arctg(y/x)$; $g = Lr = L(x^2 + y^2)^{1/2}$. — Vallée de révolution, les parois du barrage étant des plans méridiens $\theta = \theta_1$ et $\theta = \theta_2$. (4) devient

$$(6) \quad |\theta_1 - \theta_2| \frac{Q}{K} = h_1 \iint_{(A_1)} \frac{dS}{r} - h_2 \iint_{(A_2)} \frac{dS}{r} - \iint_{(B)} \frac{zdS}{r}.$$

c. $f = L(x^2 + y^2)^{1/2}$; $g = \theta = \arctg(y/x)$. — Vallée convergente. On retrouve la formule de Dupuit relative à l'écoulement de révolution si θ varie de 2π .

d. $f = \mathcal{R}[\arg \operatorname{ch}(x + iy)]$; $g = \mathcal{I}[\arg \operatorname{ch}(x + iy)]$. (Hyperboles et ellipses homofocales). — Ce cas permet de représenter des vallées avec étranglement.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) Cf. MUSKAT, *The flow of homogeneous fluids through porous media*, qui s'étonne de la précision de cette formule, en la comparant à des résultats calculés (p. 316-318). Il explique intuitivement cette « coïncidence » par comparaison avec un écoulement voisin, qu'il résout au moyen des séries de Fourier (p. 377-381).

RELATIVITÉ. — *Sur les variétés caractéristiques de la théorie unitaire du champ d'Einstein*. Note de M^{me} **FRANÇOISE MAURER-TISON**, présentée par M. Georges Darmois.

Détermination complète des caractéristiques de la théorie unitaire du champ d'Einstein. Les équations du champ admettent un cône caractéristique décomposé en deux cônes du deuxième ordre. Étude de ces deux cônes.

Je me propose dans cette Note de compléter les résultats obtenus par Lichnerowicz concernant les variétés caractéristiques de la théorie unitaire du champ. Sur son conseil, j'ai étudié un cas signalé par lui, et laissé de côté dans son étude originale. Les notations sont celles de Lichnerowicz (¹).

1. Sur la variété V_4 , le champ est défini par l'ensemble du tenseur $g_{\alpha\beta}$ (g partout $\neq 0$, $g_{\alpha\beta} \Lambda^\alpha \Lambda^\beta$ de type hyperbolique normal; de plus on n'a pas $g = 2h$ et $k = 0$ simultanément) et du vecteur S_x . Les équations du champ sont :

$$(1.1) \quad \partial_\rho g^{\alpha\beta} = 0,$$

$$(1.2) \quad \rho_{\alpha\beta} - \frac{2}{3}(\partial_\alpha S_\beta - \partial_\beta S_\alpha) = 0,$$

où la connexion affine $L_{\beta\gamma}^{\alpha}$, considérée comme fonction du tenseur $g_{\alpha\beta}$ et de ses dérivées premières, est définie par la solution — unique dans les hypothèses faites — du système

$$(1.3) \quad \partial_{\rho} g_{\lambda\mu} = L_{\lambda\rho}^{\sigma} g_{\sigma\mu} + L_{\mu\rho}^{\sigma} g_{\lambda\sigma}.$$

L'étude du problème de Cauchy pour l'hypersurface $S(u^0 = 0)$ supposée satisfaire à $g^{00} \neq 0$, conduit, comme en relativité générale, à décomposer le système (1.1), (1.2) en deux systèmes : l'un est constitué de conditions que doivent remplir les données de Cauchy ; l'autre devra être intégré pour de telles données de Cauchy. Pour étudier le second système, il faut examiner les relations entre les $\partial_{00} g_{ij}$ et les coefficients de la connexion : en introduisant une congruence ($\simeq$) modulo les fonctions additives des données de Cauchy et de leurs dérivées premières, Lichnerowicz démontre que les $\partial_{00} g_{ij}$ sont congrues à une combinaison linéaire des $\partial_0 L_{kl}^0$ pourvu que le système aux inconnues $\partial_0 L_{ik}^h$:

$$(1.4) \quad \partial_{0k} g_{ij} \simeq \partial_0 L_{ik}^h g_{hj} + \partial_0 L_{kj}^h g_{ih} + \partial_0 L_{ik}^0 g_{0j} + \partial_0 L_{kj}^0 g_{i0}$$

soit inversible. Les conditions d'inversion du système (1.4) sont celles d'un système identique à (1.3), mais sur une variété V_3 , les coefficients des inconnues étant g_{ij} , avec

$$\det(g_{ij}) \neq g g^{00} = 0.$$

2. J'ai donc étudié l'inversibilité du système

$$(2.1) \quad \partial_k g_{ij} = L_{ik}^h g_{hj} + L_{kj}^h g_{ih}.$$

Ceci peut être fait, soit par la méthode de M^{me} M.-A. Tonnelat ⁽²⁾, soit par la méthode de V. Hlavaty ⁽³⁾. Le résultat est le suivant : (2.1) a une solution et une seule si

$$\det(g_{ij}) \neq 2 \det(h_{ij}).$$

3. Revenons à l'hypersurface $S(x^0 = 0)$. On voit qu'elle est exceptionnelle pour le problème de Cauchy si l'on a

$$(3.1) \quad g^{00} = 0$$

ou

$$(3.2) \quad \det(g_{ij}) = 2 \det(h_{ij}),$$

S étant définie localement par l'équation $f(x^{\alpha}) = 0$, les variétés caractéristiques sont ainsi les solutions, soit de ⁽⁴⁾

$$(3.3) \quad l^{\alpha\beta} \partial_{\alpha} f \partial_{\beta} f = 0$$

soit de

$$(3.4) \quad \gamma^{\alpha\beta} \partial_{\alpha} f \partial_{\beta} f = 0, \quad \text{avec} \quad \gamma^{\alpha\beta} = l^{\alpha\beta} - 2K^2 h^{\alpha\beta}, \quad \text{où} \quad K^2 = h/g$$

Les hypersurfaces satisfaisant à (3.3) sont celles qui sont tangentes en chaque

point au cône $C_1 (l_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = 0)$. Pour étudier (3.4) nous exprimons $h^{\alpha\beta}$ en fonction de $l^{\lambda\mu}$ et de $m^{\lambda\mu}$:

$$(3.5) \quad h^{\alpha\beta} = l^{\alpha\beta} + m^{\alpha\lambda} m^{\beta\mu} l_{\lambda\mu},$$

Soit $v^\alpha = l^{\alpha\beta} \partial_\beta f$ le vecteur définissant la direction conjuguée par rapport à C_1 du plan tangent en x à une solution de (3.4).

Les vecteurs v définissent les génératrices d'une hyperquadrique C'_2 à point singulier x :

$$(3.6) \quad \varphi(v) \equiv [(2K^2 - 1) l_{\lambda\mu} + 2K^2 l_{\rho\sigma} f_\lambda^\rho f_\mu^\sigma] v^\lambda v^\mu = 0, \quad \text{avec} \quad f_\lambda^\rho = m^{\alpha\rho} l_{\alpha\lambda}.$$

Dans l'hypothèse où $m^{\lambda\mu}$ est petit par rapport à $l^{\lambda\mu}$, K^2 est voisin de 1. La partie principale de la forme quadratique entre crochets est $l_{\lambda\mu}$: cette forme est donc de type hyperbolique normal, et C'_2 est un cône, voisin de C_1 . Soit C_2 le cône conjugué de C'_2 par rapport à C_1 . Si w est un vecteur de C_1 :

$$(3.7) \quad l_{\lambda\mu} w^\lambda w^\mu = 0$$

et les $u^\rho = f_\lambda^\rho w^\lambda$ sont les composantes d'un vecteur u conjugué de w , car

$$f_\lambda^\rho w^\lambda (l_{\rho\sigma} w^\sigma) = 0$$

par suite de l'antisymétrie de $m^{\lambda\mu}$. Mais u , conjugué d'une génératrice de C_1 par rapport à C_1 , est dans le plan tangent à C_1 le long de cette génératrice, c'est-à-dire extérieur à C_1 , ce qui entraîne :

$$(3.8) \quad l_{\rho\sigma} u^\rho u^\sigma = l_{\rho\sigma} f_\lambda^\rho f_\mu^\sigma w^\lambda w^\mu \leq 0,$$

de (3.6), (3.7) et (3.8), on déduit $\varphi(w) \leq 0$. Toute génératrice de C_1 est extérieure à C'_2 , par conséquent intérieure à C_2 ,

C_1 est tout entier à l'intérieur de C_2 .

4. On sait d'après la théorie des équations aux dérivées partielles de type hyperbolique que le domaine d'influence est dans ces conditions déterminé par le cône C_2 . Lichnerowicz et moi suggérons de substituer à la métrique indiquée dans ⁽¹⁾ une métrique définie à un facteur scalaire près par $\gamma_{\alpha\beta}$. Les directions orientées dans le temps sont alors les directions strictement intérieures au cône C_2 . Les bicaractéristiques relatives à C_1 (orientées dans le temps) seront fondamentales pour la propagation du champ.

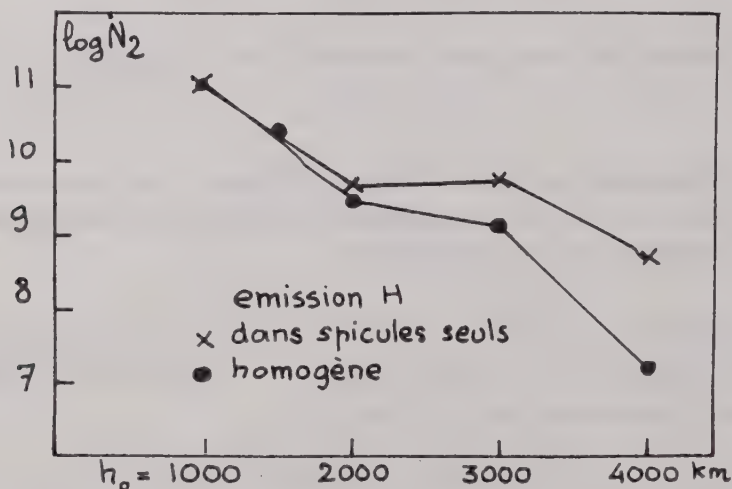
⁽¹⁾ *T. Rat. Mech. and Anal.*, 3, 1954, p. 487-521. On rappelle que deux tenseurs associés, l'un covariant, l'autre contravariant, sont désignés par la même lettre d'appui.

⁽²⁾ *Phys. Rad.*, 12, 1951, p. 81-88.

⁽³⁾ *J. Rat. Mech. and Anal.*, 2, 1953, p. 4-6 et 14-17.

ASTROPHYSIQUE. — *Le nombre d'atomes d'hydrogène sur les niveaux $n=1$ et $n=2$ dans la chromosphère solaire.* Note (*) de M^{me} CHARLOTTE PECKER et M. JEAN-CLAUDE PECKER, présentée par M. André Danjon.

1. Nous avons montré dans une Note précédente ⁽¹⁾ comment les valeurs de N_2 (nombre d'atomes d'hydrogène par centimètre cube dans l'état 2) et de b_n/b_2 (écarts à la distribution de Boltzman calculée pour la température électronique T_e) peuvent être calculées dans la chromosphère à différentes hauteurs au-dessus de la photosphère. On peut en déduire les valeurs des N_n . La courbe de la figure 1 donne la variation de $\log N_2$ avec h_0 . On voit que la variation est nettement plus rapide que celle de l'intensité des raies de Balmer (gradient $\gamma_{N_2} = 3,1 \cdot 10^{-8}$ contre $\beta_{H\beta} = 1,6 \cdot 10^{-8}$ et $\beta_{H\gamma} = 2,1 \cdot 10^{-8}$). Ce fait est essentiellement dû au rôle de la saturation.



Si l'on tient compte de l'existence de colonnes froides (spicules) de section relative $\alpha < 1$, un calcul détaillé montre que les $\log N_2$ doivent être approximativement augmentés de $-1,6 \log \alpha$, si l'on admet que ces spicules sont seuls responsables de l'émission des raies de Balmer. La valeur de N_2 ainsi corrigée est portée sur la figure. Elle correspond aux valeurs suivantes de α pour $h_0 = 1000, 2000, 3000, 4000$ km : $\alpha = 1, 0,8, 0,5, 0,1$. Le gradient correspondant est sensiblement $\gamma_{N_2} = 2,0 \cdot 10^{-8}$. La véritable valeur du gradient est située entre ces deux valeurs extrêmes, car la matière interspiculaire est en réalité partiellement responsable des raies de Balmer.

Il faut remarquer que l'existence d'une structure spiculaire, si elle modifie peu, aux hauteurs considérées, la loi $T_e(h_0)$, augmente légèrement la densité électronique N_e ; ceci entraîne une diminution du même ordre de grandeur

pour N_2 . Les valeurs de la figure correspondent donc bien à des valeurs *extrêmes* pour N_2 .

Notons aussi que le résultat dépend, par l'intermédiaire de $x(N_2)$ [voir (4)] de la loi $N_2(h)$. Pour avoir un résultat définitif, il importerait donc de tenir compte de la loi représentée sur la figure 1, puis d'itérer. Il ne semble pas cependant que N_2 soit notablement modifié par cette correction.

2. Connaissant alors N_2 et les b_n/b_2 , on en déduit le nombre d'atomes sur les niveaux $n \geq 2$, c'est-à-dire le nombre $N_{\text{Hneutre}} - N_1$. Comme N_{Hneutre} est calculé à partir du spectre continu et de la relation de Saha, on peut aisément en déduire N_1 (tableau I). La valeur pour 4 000 km montre que la relation de Saha n'est sûrement pas valable et que l'ionisation à cette hauteur est plus faible que l'ionisation calculée avec la relation de Saha. Si cette ionisation était nulle, (cas limite), il s'ensuivrait la valeur N_{1L} pour N_1 .

TABLEAU I.

h_0 .	$N_{\text{H total}}$.	$N_{\text{Hneutre Saha}}$.	$N_{\text{Hn}} - N_1$.	N_1 .	N_{1L} .	$\log \frac{b_1}{b_{31}}$.
2 000.....	$3,6 \cdot 10^{11}$	$2,8 \cdot 10^{11}$	$2,8 \cdot 10^9$	$2,8 \cdot 10^{11}$	$3,6 \cdot 10^{11}$	-2,9
3 000.....	$6,9 \cdot 10^{10}$	$4,0 \cdot 10^{10}$	$1,8 \cdot 10^9$	$3,8 \cdot 10^{10}$	$6,7 \cdot 10^{10}$	-2,9
4 000.....	$1,7 \cdot 10^{10}$	$8,5 \cdot 10^5$	$1,3 \cdot 10^7$	—	$1,7 \cdot 10^{10}$	+2,8

Ces valeurs conduisent à des valeurs *extrêmement faibles* de b_1 . En admettant — c'est le cas le plus favorable — que $N_1 = N_{1L}$, alors on obtient les valeurs de b_1 rapportées dans le tableau I.

Il faut ici noter que cet abaissement brutal de b entre b_2 et b_1 pouvait être pressenti à partir du calcul des b_n/b_{31} ($n \geq 4$); la courbe b_n/b_{31} présente en effet une légère tendance à s'incurver vers le bas quand on passe de $n = 6$ à $n = 2$.

Si l'on calcule maintenant les températures d'excitation correspondant à la distribution ainsi trouvée des b_n , on obtient les valeurs du tableau II :

TABLEAU II.

h_0 .	$T_{\text{exc Ly } \alpha}$.	$T_{\text{exc H } \alpha, \beta, \gamma, \dots}$.	$T_{\text{exc H } \gamma, \dots}$.	$T_{\text{électr.}}$.
2 000.....	18 000°	5 600°	(2 000°)	6 400°
3 000.....	22 000	5 300	(2 000)	6 400
4 000.....	13 000	7 200	(2 000)	10 000

3. Comment peut-on expliquer ces résultats, en apparence paradoxaux ? Il faut noter qu'au centre de $\text{Ly } \alpha$, la température du rayonnement est élevée ($\sim 20\,000^\circ$) puisque la chromosphère est assez opaque à $\text{Ly } \alpha$ pour que les régions hautes (6 000 km) soient responsables d'une partie importante du rayonnement émis à cette longueur d'onde. Pour $\text{H } \alpha, \beta, \gamma, \dots$, la température du rayonnement est au contraire de l'ordre de 5 000 à 6 000°. Comme, pour

ces raies Ly α ou H α , β , γ , ..., la chromosphère est optiquement épaisse, il est normal que la température d'excitation soit du même ordre que la température du rayonnement.

Pour les raies élevées de la série de Balmer au contraire, la température du rayonnement est encore de 5 000 à 6 000° mais la chromosphère est d'une épaisseur optique assez faible pour que la température d'excitation soit nettement plus basse que la température du rayonnement. La valeur que nous en donnons est cependant très approximative en raison de la grande influence sur ce résultat des erreurs expérimentales.

Par ailleurs, à partir de 4 000 km, l'ionisation semble au-dessous de celle que prévoit la loi de Saha. Il faut remarquer que l'ionisation doit normalement dépendre plutôt de la température du rayonnement continu : vers 3 000 km celle-ci reste, comme la température électronique, de l'ordre de 5 000 à 6 000°; mais, à partir de 4 000 km, la température du rayonnement reste sensiblement égale de 5 000 à 6 000°, tandis que la température électronique croît. Ceci explique l'échec de l'équation de Saha pour $h_0 \geq 4 000$ km; à ces hauteurs l'ionisation est encore proche de celle que l'on calculerait avec une température de 6 000° au lieu de 10 000°.

4. Ces résultats semblent en opposition avec l'étude théorique *a priori* de l'écart à l'équilibre thermodynamique. Tout en étant provisoires — *le modèle déduit du spectre continu est lui-même affecté par le rejet de l'équation de Saha, et le modèle spiculaire est mal connu* — nos conclusions tendent à prouver que toute étude *a priori* (basée sur l'écriture détaillée de l'équation du bilan global des transitions affectant les différents niveaux) doit, de plus, tenir compte de la *distribution spectrale du rayonnement*, qui se manifeste notamment par une température élevée du rayonnement correspondant à la raie Ly α —.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 994.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la représentation usuelle des règles de commutation en théorie quantique des champs*. Note (*) de M. DANIEL KASTLER, présentée par M. Louis de Broglie.

La présente Note décrit l'espace de la théorie quantique des champs, selon qu'il s'agit de particules de Bose ou de Fermi, comme la somme directe des sous-espaces symétrique ou antisymétrique des diverses puissances tensorielles de l'espace de description d'une seule particule. Elle rattache l'opérateur de création d'une particule au produit symétrique ou extérieur par le vecteur d'état correspondant.

Rappelons que le produit tensoriel de n éléments $f_1, f_2, \dots, f_n$ d'un espace

de Hilbert H est la forme n -antilinéaire (1)

$$(1) \quad f_1 f_2 \dots f_n (g_1 g_2 \dots g_n) = (g_1, f_1) (g_2, f_2) \dots (g_n, f_n) \quad (g_i \in H)$$

sur H et qu'on définit la puissance tensorielle $n^{\text{ième}}$ H_n de H comme le complété de l'espace des combinaisons linéaires finies de tels produits tensoriels muni de la métrique

$$\left(\sum_{i=1}^p \lambda_i f_1^i f_2^i \dots f_n^i, \sum_{k=1}^q \mu_k g_1^k g_2^k \dots g_n^k \right) = \sum_{i=1}^p \sum_{k=1}^q \lambda_i \mu_k (f_1^i, g_1^k) (f_2^i, g_2^k) \dots (f_n^i, g_n^k).$$

Par extension de (1) on posera $\varphi(\psi) = (\psi, \varphi)$ pour deux éléments φ, ψ de H_n et φ pourra être considéré comme une forme n -antilinéaire sur H en écrivant

$$\varphi(f_1, f_2, \dots, f_n) = \varphi(f_1 f_2 \dots f_n) \quad (f_k \in H).$$

Rappelons, étant donnés $\varphi \in H_n$ et $\psi \in H_m$, la définition du produit tensoriel $\varphi\psi \in H_{n+m}$ de φ par ψ ,

$$\varphi\psi(f_1, f_2, \dots, f_n, f_{n+1}, \dots, f_{n+m}) = \varphi(f_1, f_2, \dots, f_n) \cdot \psi(f_{n+1}, f_{n+2}, \dots, f_{n+m})$$

et celle du contracté $\varphi^*\psi \in H_{m-n}$ de ψ par φ ,

$$\varphi^*\psi(f_1, f_2, \dots, f_{m-n}) = \psi(\varphi f_1 f_2 \dots f_{m-n}) = (\varphi f_1 f_2 \dots f_{m-n}, \psi) \quad (m \geq n).$$

Considérant alors la somme directe $\mathfrak{F}$ des H_n pour $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ nous associons à chaque $\psi_n \in H_n$ les opérateurs ψ_n et ψ_n^* sur $\mathfrak{F}$ définis par

$$\begin{aligned} \psi_n \Phi &= \psi_n(\varphi_n) = (0, 0, \dots, 0, \psi_n \varphi_0, \psi_n \varphi_1, \psi_n \varphi_2, \dots), \\ \psi_n^* \Phi &= \psi_n^*(\varphi_n) = (\psi_n^* \varphi_n, \psi_n^* \varphi_{n+1}, \psi_n^* \varphi_{n+2}, \dots), \end{aligned}$$

$\Phi = (\varphi_n)$ étant un élément quelconque de $\mathfrak{F}$ de projection φ_n sur H_n . Ces opérateurs sont bornés, de borne égale à la norme $\|\psi_n\|$ de ψ_n dans H_n . De plus ils sont adjoints l'un de l'autre et $\psi_n/\|\psi_n\|$ est isométrique.

Prenant alors pour l'espace de Hilbert de départ $H = H_1$ l'espace de description d'une seule particule (espace de la Mécanique ondulatoire à une particule) on peut décrire l'espace de la théorie quantique d'un champ de particules de Bose ou de Fermi comme la partie symétrique $S\mathfrak{F}$ ou antisymétrique $A\mathfrak{F}$ de $\mathfrak{F}$. Les opérateurs symétrisant et antisymétrisant S et A sont les sommes directes des projections S_n et A_n définies dans H_n par

$$S_n = \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in G_n} \sigma, \quad A_n = \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in G_n} \chi^{(\sigma)} \sigma \quad [\chi(\sigma) = \text{parité de } \sigma],$$

où G_n désigne le groupe des permutations des n premiers entiers, représenté unitairement dans H_n grâce à la définition

$$\sigma\varphi(f_1, f_2, \dots, f_n) = \varphi(f_{\sigma-1}, f_{\sigma-2}, \dots, f_{\sigma-1n}) \quad (\varphi \in H_n, f_k \in H)$$

Nous rappelons que si $\mathfrak{F}_0$ est le sous-espace de $\mathfrak{F}$ formé par les $\Phi = (\varphi_n)$ tels

que $\varphi_n = 0$ sauf pour un nombre fini d'indices et si, pour $\Phi, \Psi = \psi'_n \in \mathfrak{E}$, on pose

$$\Psi\Phi = \sum_n \psi_n \Phi.$$

$\mathfrak{E}_0$, $S\mathfrak{E}_0$ et $A\mathfrak{E}_0$ sont des algèbres relativement aux produits tensoriels symétriques et extérieurs

$$\Psi\Phi, \quad \Psi \vee \Phi = S(\Psi\Phi) \quad \text{et} \quad \Psi \wedge \Phi = A(\Psi\Phi).$$

Soit maintenant $u \in H$. Si $f(N)$ désigne l'opérateur défini par

$$f(N)\Phi = f(N)(\varphi_n) = (f(n)\varphi_n).$$

dans le sous-espace des $\Phi = (\varphi_n) \in \mathfrak{E}$ tels que $\sum_{n=0}^{\infty} f^2(n) \|\varphi_n\|^2 < \infty$, les opérateurs de création et d'annihilation d'une particule dans l'état u peuvent se définir comme

$$a(u) = u^* A \sqrt{N} = \sqrt{N+1} u^* A, \quad a^*(u) = \sqrt{N} A u = A u \sqrt{N+1},$$

avec les règles de commutation ⁽²⁾

$$[a(u), a(v)]_- = [a^*(u), a^*(v)]_- \subseteq 0, \quad [a(u), a^*(v)]_- \subseteq (u, v) S$$

pour des particules de Bose, et comme

$$b(u) = u^* S \sqrt{N} = \sqrt{N+1} u^* S, \quad b^*(u) = \sqrt{N} S u = S u \sqrt{N+1}$$

avec les règles d'anticommutation

$$[b(u), b(v)]_+ = [b^*(u), b^*(v)]_+ \subseteq 0, \quad [b(u), b^*(v)]_+ \subseteq (u, v) A$$

pour des particules de Fermi.

(*) Séance du 13 février 1956.

⁽¹⁾ Suivant l'usage adopté en physique nous prenons le produit scalaire antilinéaire par rapport au premier vecteur et linéaire par rapport au second.

⁽²⁾ Le signe $\subseteq$ implique l'inclusion des domaines de définition et l'égalité des opérateurs dans leur partie commune.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la détermination des fonctions d'ondes du corpuscule de spin $\hbar$ en interaction avec un champ électrique d'intensité constante.* Note (*) de M. GÉRARD PETIAU, présentée par M. Louis de Broglie.

Détermination explicite de la solution du système des équations d'ondes du corpuscule de spin $\hbar$ (méson vectoriel) en interaction avec un champ électrique constant.

Dans une Note précédente ⁽¹⁾ nous avons déterminé les fonctions d'ondes du corpuscule de spin $\hbar$ (méson de type vectoriel) en interaction avec un champ

magnétique d'intensité constante. Nous nous proposons ici de compléter cette étude par le calcul des fonctions d'ondes du corpuscule de spin $\hbar$ en interaction avec un champ électrique extérieur d'intensité constante soit $E_x = E = \text{const.}$, $E_y = E_z = 0$, correspondant au potentiel scalaire $V(x) = -Ex$.

Dans le cas d'interaction par l'intermédiaire d'un potentiel $V(x)$, le corpuscule de spin $\hbar$ est représenté par les dix fonctions d'ondes $(\vec{\alpha}, \gamma), (\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{H}})$ solutions du système

$$(1) \quad \begin{cases} P_0 \vec{\alpha} = \frac{1}{m_0 c} [\mathbf{p}(\mathbf{p} \cdot \vec{\mathcal{E}}) + m_0^2 c^2 \vec{\mathcal{E}}]; & \gamma = \frac{1}{m_0 c} (\mathbf{p} \cdot \vec{\mathcal{E}}), \\ P_0 \vec{\mathcal{E}} = \frac{1}{m_0 c} [(\mathbf{p}^2 + m_0^2 c^2) \vec{\alpha} - \mathbf{p}(\mathbf{p} \cdot \vec{\alpha})]; & \vec{\mathcal{H}} = \frac{1}{m_0 c} (\mathbf{p} \wedge \vec{\alpha}), \end{cases}$$

avec

$$P_0 = p_0 + \varepsilon V(x), \quad p_0 = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \mathbf{p} = i\hbar \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}, \quad \varepsilon = \frac{e}{c}.$$

p_0, p_y, p_z sont intégrales premières et pour les dix fonctions $\psi = (\vec{\alpha}, \gamma, \vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{H}})$, on peut poser

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x) e^{\frac{i}{\hbar} (Wt - \hbar\beta y - \hbar\gamma z)}.$$

On montre facilement que l'on peut poser sans perte de généralité $\gamma = 0$.

Le système (1) donne pour les différentes composantes des fonctions d'ondes directement évolutives $\vec{\alpha}$ et $\vec{\mathcal{E}}$ les équations

$$\begin{aligned} & \left[\left[\frac{W}{c} + \varepsilon V(x) \right]^2 - \mathbf{p}^2 - m_0^2 c^2 \right] \alpha_x(x) = 0, \\ & m_0 c \mathcal{E}_x(x) = \left[\frac{W}{c} + \varepsilon V(x) \right] \alpha_x(x), \\ & m_0 c \left[\frac{W}{c} + \varepsilon V \right] \alpha_x = [p_x^2 + m_0^2 c^2] \mathcal{E}_x + \hbar\beta \mathcal{E}_y, \\ & m_0 c \left[\frac{W}{c} + \varepsilon V \right] \alpha_y = \hbar\beta p_x \mathcal{E}_x + [\hbar^2 \beta^2 + m_0^2 c^2] \mathcal{E}_y, \\ & m_0 c \left[\frac{W}{c} + \varepsilon V \right] \mathcal{E}_x = [\hbar^2 \beta^2 + m_0^2 c^2] \alpha_x - \hbar\beta p_x \alpha_y, \\ & m_0 c \left[\frac{W}{c} + \varepsilon V \right] \mathcal{E}_y = [p_x^2 + m_0^2 c^2] \alpha_y - \hbar\beta p_x \alpha_x. \end{aligned}$$

Formant les combinaisons

$$(2) \quad \begin{cases} u_1(x) = \alpha_x + i\mathcal{E}_y, & v_1 = \alpha_y + i\mathcal{E}_x, \\ u_2(x) = \alpha_x - i\mathcal{E}_y, & v_2 = \alpha_y - i\mathcal{E}_x \end{cases}$$

et posant $A = \hbar^2 \beta^2 + m_0^2 c^2$, les fonctions u_1, u_2, v_1, v_2 sont déterminées par les

équations

$$\begin{aligned} \left[p_x^2 - \frac{\hbar^2 \beta \varepsilon}{m_0 c} \frac{\partial V}{\partial x} - \left[\frac{W}{c} + \varepsilon V(x) \right]^2 + m_0^2 c^2 + \hbar^2 \beta^2 \right] \nu_1(x) &= 0, \\ \left[p_x^2 + \frac{\hbar^2 \beta \varepsilon}{m_0 c} \frac{\partial V}{\partial x} - \left[\frac{W}{c} + \varepsilon V(x) \right]^2 + m_0^2 c^2 + \hbar^2 \beta^2 \right] \nu_2(x) &= 0, \\ A u_1(x) &= \left[\hbar \beta p_x + i m_0 c \left(\frac{W}{c} + \varepsilon V(x) \right) \right] \nu_1(x), \\ A u_2(x) &= \left[\hbar \beta p_x - i m_0 c \left(\frac{W}{c} + \varepsilon V(x) \right) \right] \nu_1(x). \end{aligned}$$

Dans le cas particulier où le champ électrique $E_x = E(x)$ se réduit à un champ constant $E_x = E$, $V(x) = -Ex$ et le système précédent s'écrit en posant

$$\begin{aligned} k &= \frac{\varepsilon E}{\hbar}, \quad \frac{W}{\hbar c} = w, \quad \frac{m_0 c}{\hbar} = \mu_0; \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (w - kx)^2 - (\mu_0^2 + \beta^2) + \frac{\beta k}{\mu_0} \right] \nu_1(x) &= 0, \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + (w - kx)^2 - (\mu_0^2 + \beta^2) + \frac{\beta k}{\mu_0} \right] \nu_2(x) &= 0, \\ (\mu_0^2 + \beta^2) u_1(x) &= i \left[\beta \frac{\partial}{\partial x} + \mu_0 (w - kx) \right] \nu_2(x), \\ (\mu_0^2 + \beta^2) u_2(x) &= i \left[\beta \frac{\partial}{\partial x} - \mu_0 (w - kx) \right] \nu_1(x). \end{aligned}$$

Effectuant le changement de variable $w - kx = \lambda X$ et déterminant λ par la condition $\lambda^4/k^2 = -1/4$, d'où

$$X = \sqrt{\frac{2}{k}} e^{i \frac{\pi}{4}} (w - kx),$$

nous sommes amenés aux équations

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial^2}{\partial X^2} - \frac{X^2}{4} - \frac{i(\mu_0^2 + \beta^2)}{2k} \right] \nu_1(X) &= 0, \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial X^2} - \frac{X^2}{4} - \frac{i(\mu_0^2 + \beta^2)}{2k} - \frac{i\beta}{2\mu_0} \right] \nu_1(X) &= 0, \\ \left[\frac{\partial^2}{\partial X^2} - \frac{X^2}{4} - \frac{i(\mu_0^2 + \beta^2)}{2k} + \frac{i\beta}{2\mu_0} \right] \nu_2(X) &= 0, \\ (\mu_0^2 + \beta^2) u_1(X) &= -\frac{ik\beta}{\lambda} \left(\frac{\partial}{\partial X} - \frac{i\mu_0}{2\beta} X \right) \nu_2(X), \\ (\mu_0^2 + \beta^2) u_2(X) &= -\frac{ik\beta}{\lambda} \left(\frac{\partial}{\partial X} + \frac{i\mu_0}{2\beta} X \right) \nu_1(X); \end{aligned}$$

Désignant par $D_v(X)$ les fonctions de Weber-Hermite solutions de l'équa-

tion $y'' + [\nu + (1/2) - (X^2/4)]y = 0$, nous obtenons en posant

$$\begin{aligned}\nu_0 &= i \left(\frac{\mu_0^2 + \beta^2}{2k} \right) - \frac{1}{2}, \\ \nu_1 &= -i \left[\frac{\mu_0^2 + \beta^2}{2k} + \frac{\beta}{2\mu_0} \right] - \frac{1}{2}, \\ \nu_2 &= -i \left[\frac{\mu_0^2 + \beta^2}{2k} - \frac{\beta}{2\mu_0} \right] - \frac{1}{2}, \\ \mathfrak{A}_z(X) &= C_0 D_{\nu_0}(X), \quad \mathfrak{E}_z(X) = \frac{\lambda}{\mu_0} C_0 [\nu_0 D_{\nu_0-1}(X) + D_{\nu_0+1}(X)], \\ \nu_1(X) &= C_1 D_{\nu_1}(X); \quad \nu_2(X) = C_2 D_{\nu_2}(X); \\ u_1 &= \frac{i\lambda C_2}{\mu_0^2 + \beta^2} [(\mu_0 - i\beta) D_{\nu_2+1}(X) + \nu_2(\mu_0 + i\beta) D_{\nu_2-1}(X)], \\ u_2 &= -\frac{i\lambda C_1}{\mu_0^2 + \beta^2} [(\mu_0 + i\beta) D_{\nu_1+1}(X) + \nu_1(\mu_0 - i\beta) D_{\nu_1-1}(X)].\end{aligned}$$

C_0, C_1, C_2 désignent trois constantes arbitraires. A partir de ces expressions les relations (2) nous donnent immédiatement $\mathfrak{A}_x(X), \mathfrak{A}_y(X), \mathfrak{E}_x(X), \mathfrak{E}_y(X)$. Nous en déduisons les ondes non directement évolutives

$$\begin{aligned}\mathfrak{V}(X) &= \frac{i\lambda}{2} \left\{ C_1 \left[\frac{\nu_1}{\mu_0 + i\beta} D_{\nu_1-1}(X) - \frac{1}{\mu_0 - i\beta} D_{\nu_1+1}(X) \right] \right. \\ &\quad \left. - C_2 \left[\frac{\nu_2}{\mu_0 - i\beta} D_{\nu_2-1}(X) - \frac{1}{\mu_0 + i\beta} D_{\nu_2+1}(X) \right] \right\}, \\ \mathfrak{A}_x(X) &= \frac{\lambda}{\mu_0} C_0 D_{\nu_0}(X), \\ \mathfrak{A}_y(X) &= \frac{\lambda}{\mu_0} C_0 [\nu_0 D_{\nu_0-1}(X) - D_{\nu_0+1}(X)], \\ \mathfrak{E}_z(X) &= -\frac{\lambda}{2} \left\{ C_1 \left[\frac{\nu_1}{\mu_0 + i\beta} D_{\nu_1-1}(X) - \frac{1}{\mu_0 - i\beta} D_{\nu_1+1}(X) \right] \right. \\ &\quad \left. + C_2 \left[\frac{\nu_2}{\mu_0 - i\beta} D_{\nu_2-1}(X) - \frac{1}{\mu_0 + i\beta} D_{\nu_2+1}(X) \right] \right\}.\end{aligned}$$

Dans le cas d'interaction avec un champ électrique constant les dix fonctions d'ondes du corpuscule de spin $\hbar$ s'expriment donc comme celles de l'électron de Dirac [F. Sauter ⁽²⁾, S. Szczeniowski ⁽³⁾] par des combinaisons linéaires de fonctions de Weber-Hermite.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 997.

(²) *Z. Phys.*, 69, 1931, p. 742-764.

(³) *Z. Phys.*, 73, 1931, p. 553-559.

TÉLÉTECHNIQUE. — *Fonction de transfert des relais à zone morte et hystérésis.*

Note (*) de M. **RALPH SERTON**, présentée par M. Gustave Ribaud.

L'équation de transfert d'un relais à zone morte et hystérésis est calculée par la transformation de Laplace. A l'encontre de celle donnée par Kochenburger, cette équation ne comporte pas d'approximation.

L'étude théorique des servomécanismes à relais est rendue compliquée par suite de la présence de ces relais. Diverses solutions ont été proposées pour permettre d'appliquer à leur calcul les méthodes utilisées dans le cas des servomécanismes linéaires. Une des plus simples et des plus immédiates, donnée par Kochenburger (1), utilise pour le relais une fonction de transfert calculée à partir du premier terme du développement en série de Fourier de la fonction donnant S en fonction du temps, S étant le « signal » sortant du relais actionné par un signal d'entrée E de nature périodique. Cette solution néglige délibérément les termes d'ordre supérieur, et l'approximation n'est bonne que pour une plage de valeurs restreinte. Nous croyons pouvoir éliminer ce défaut en effectuant un même type de calcul sur la fonction exacte, sans passer par le développement en série de Fourier.

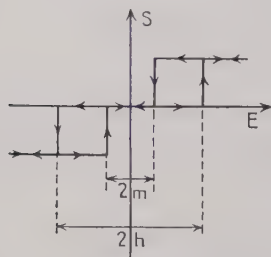


Fig. 1.

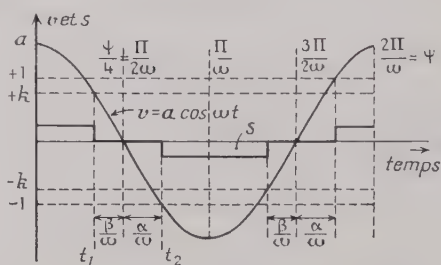


Fig. 2.

Considérons un relais dont les caractéristiques sont données dans la figure 1, comportant une « zone d'hystérésis » de largeur $2h$, et une « zone morte » de largeur $2m$, avec

$$(1) \quad -h \leq m \leq +h.$$

On envoie dans le relais un signal d'entrée E de la forme

$$(2) \quad E = A \cos \omega t$$

dont l'amplitude A est suffisante pour actionner le relais, ce qui revient à poser $A \gg h$. Nous retrouvons à la sortie un signal S dont l'amplitude est absolument indépendante de A , et dont la période est la même que celle de E , soit

$$\psi = \frac{2\pi}{\omega}.$$

En divisant (2) par h , on a

$$(3) \quad \frac{E}{h} = \frac{A}{h} \cos \omega t,$$

soit

$$(4) \quad v = a \cos \omega t$$

avec

$$(5) \quad v = \frac{E}{h} \quad \text{et} \quad a = \frac{A}{h}.$$

L'équation (4) est sans dimensions, l'unité de signal étant h . Si l'on pose aussi

$$(6) \quad \frac{m}{h} = k \quad (-1 \leq k \leq +1),$$

on peut tracer les courbes de la figure 2, dont on tire

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{k}{a} = \frac{\pi}{2\omega} - \frac{\beta}{\omega},$$

d'où

$$(7) \quad \beta = \arcsin \frac{k}{a}$$

et aussi

$$t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos \left(\frac{-1}{a} \right) = \frac{\pi}{2\omega} + \frac{\alpha}{\omega},$$

soit

$$(8) \quad \alpha = \arcsin \frac{1}{a}.$$

La correspondance entre les différentes valeurs de S et le temps est donnée dans le tableau suivant, valable pour la $(g+1)^{\text{ième}}$ période :

S .	t .
$+S$	$0 + g\psi \leq t \leq \frac{\psi}{4} - \frac{\beta}{\omega} + g\psi$
$-S$	$\frac{\psi}{4} + \frac{\alpha}{\omega} + g\psi \leq t \leq 3\frac{\psi}{4} - \frac{\beta}{\omega} + g\psi$
$+S$	$3\frac{\psi}{4} + \frac{\alpha}{\omega} + g\psi \leq t \leq \psi + g\psi$

S étant égal à zéro pour le reste de la période.

En opérant la transformation de Laplace sur S , on trouve

$$\begin{aligned}
 (9) \quad \mathcal{L}[S(t)] &\equiv \int_0^\infty S(t) e^{-pt} dt \\
 &= S \sum_{g=0} \left[\int_{g\psi}^{\frac{\psi}{4} - \frac{\beta}{\omega} + g\psi} e^{-pt} dt + \int_{\frac{\psi}{4} + \frac{\alpha}{\omega} + g\psi}^{\frac{3\psi}{4} - \frac{\beta}{\omega} + g\psi} (-1) e^{-pt} dt + \int_{\frac{3\psi}{4} + \frac{\alpha}{\omega} + g\psi}^{\psi + g\psi} e^{-pt} dt \right] \\
 &= \frac{S}{p} \left(1 - \frac{e^{-p\frac{\beta}{\omega}} + e^{-p\frac{\alpha}{\omega}}}{2 \operatorname{ch} p \frac{\psi}{4}} \right).
 \end{aligned}$$

Pour le signal d'entrée $v(t)$,

$$(10) \quad \mathcal{L}[v(t)] = \mathcal{L}(a \cos \omega t) = \frac{ap}{p^2 + \omega^2}.$$

La fonction de transfert $R(p)$ du relais sera

$$(11) \quad \begin{aligned} R(p) &= \frac{\mathcal{L}S(t)}{\mathcal{L}v(t)} \\ &= \frac{S(p^2 + \omega^2)}{ap^2} \left(1 - \frac{e^{p\frac{\beta}{\omega}} + e^{-p\frac{\alpha}{\omega}}}{2 \operatorname{ch} p \frac{\gamma}{4}} \right) \\ &= \frac{S}{a} \left(1 + \frac{\omega^2}{p^2} \right) \left(\frac{2 \operatorname{ch} \frac{\pi}{2\omega} p - e^{p\frac{\beta}{\omega}} - e^{-p\frac{\alpha}{\omega}}}{2 \operatorname{ch} \frac{\pi}{2\omega} p} \right). \end{aligned}$$

Si l'on remplace p par $j\omega$ dans (11), les termes $(1 + \omega^2/p^2)$ et $\operatorname{ch}(\pi/2\omega)p$ deviennent individuellement égaux à zéro, mais leur rapport a pour valeur

$$\lim_{p \rightarrow j\omega} \frac{1 + \frac{\omega^2}{p^2}}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{2\omega} p} = \frac{-4}{\pi}.$$

Donc,

$$(12) \quad R(j\omega) = \frac{2S}{\pi a} \left(e^{j \arcsin \left(\frac{k}{a} \right)} + e^{-j \arcsin \left(\frac{1}{a} \right)} \right)$$

ou

$$(13) \quad R(j\omega) = \frac{2S}{\pi a} \left(\sqrt{1 - \frac{k^2}{a^2}} + j \frac{k}{a} + \sqrt{1 - \frac{1}{a^2}} - j \frac{1}{a} \right).$$

Les expressions (12) et (13), qui sont équivalentes, constituent l'équation de transfert du relais. On peut remarquer qu'elles sont indépendantes de la fréquence de E, mais sont uniquement fonction des paramètres a et k . Elles sont aussi simples que celle donnée par Kochenburger, et ne comportent aucune approximation.

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) R. J. KOCHENBURGER, *Trans. A. I. E. E.*, 69, n° 1, 1950, p. 270-284.

ELECTRICITÉ. — La détermination du champ ionisé dans quelques systèmes simples.

Note de M. JEAN DUPUY, présentée par M. Eugène Darmais.

Les électrofiltres peuvent être en général assimilés à des systèmes ionisants simples. Leur prédétermination suppose la connaissance des champs ionisés dans de tels systèmes. On montre ici que l'on peut obtenir des formules pratiquement utilisables en négligeant la diffusion des ions.

On obtient une expression du champ ionisé E pour de grandes distances

entre électrodes en négligeant la diffusion des ions et la « couronne ». La méthode de calcul a été d'abord indiquée par Deutsch puis reprise par Popkov ⁽¹⁾; on sait que les expressions du champ prennent une forme simple si l'on introduit le gradient de rupture E_0 qui pratiquement peut être supposé indépendant du courant d'ionisation ⁽²⁾.

Pour un fil ionisant de rayon a on sait que le champ en un point $M(r)$ d'un champ cylindrique a pour expression (système u. e. s. c. g. s.).

$$E = \left[\frac{2J}{k} \frac{\rho^2 - a^2}{\rho^2} + E_0^2 \frac{a^2}{\rho^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

où J désigne le courant total émis par centimètre de fil et k la mobilité ionique.

Pour un système quelconque on obtient la valeur du champ ionisé le long de chaque ligne de force en considérant la densité de courant js à la surface de l'électrode extérieure dans le tube de force correspondant.

Système fil-plan parallèle. — On trouve dans la bibliographie technique la formule suivante relative au champ ionisé au droit d'un fil

$$E = \frac{2}{1 - \left(\frac{x}{H}\right)^2} \left[\frac{4\pi}{3k} js H \left(1 - \frac{3}{2} \frac{x}{H} + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^3 \right) + E_0^2 \frac{a^2}{H^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

où H est la distance du fil au plan et x est l'abscisse comptée à partir du plan à l'encontre des formules suivantes où x est l'abscisse comptée à partir du fil.

Système fil équidistant de 2 plans. — Nous avons établi par la même méthode l'expression du champ ionisé en chaque point d'un tel système; le champ au droit d'un fil a pour expression

$$E = \frac{2}{\sin \frac{\pi}{2h} x} \left[\frac{4hjs}{k} \left(\cos \frac{\pi a}{2h} - \cos \frac{\pi x}{2h} \right) + E_0^2 a^2 \left(\frac{\pi}{4h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Le potentiel correspondant se déduit par intégration : en particulier la densité de courant js est reliée au potentiel maximum appliqué sur le fil par la relation

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \frac{F(\alpha)}{\text{Log} \frac{4h}{\pi a}}$$

où V_0 est la tension d'apparition de l'effet couronne; $\alpha = 64 h^3 js / k E_0^2 a^2 \pi^2$, $2h$ distance des deux plans

$$F(\alpha) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{2\alpha + 1} \text{Log} \frac{(\sqrt{2\alpha + 1} - 1)(\sqrt{2\alpha + 1} + \sqrt{2\alpha + 1})}{(\sqrt{2\alpha + 1} + 1)(\sqrt{2\alpha + 1} - \sqrt{2\alpha + 1})} - \text{Log} \frac{2\sqrt{2\alpha + 1} + 1}{\sqrt{2\alpha + 1} - 1} \right]$$

Système nappe de fils parallèles en face d'un plan. — Nous avons établi de

même pour l'expression du champ au droit d'un fil

$$E = \frac{2}{1 - e^{-2\pi \frac{x}{d}}} \left[\frac{djs}{k} \left(e^{-2\pi \frac{x}{d}} - e^{-2\pi \frac{a}{d}} + 2 \frac{\pi}{d} (x - a) \right) + E_0^2 r^2 \frac{\pi^2}{d^2} \right]^{\frac{1}{2}},$$

d étant l'écartement des fils et h la distance du fil au plan.

Le champ dans une large bande près du plateau est constant, c'est-à-dire qu'il ne dépend pas de la ligne de force envisagée; une expression approchée du potentiel ionisé valable dans la région où le champ peut être considéré comme constant s'écrit

$$U = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{8\pi js}{k}} \left(h - \frac{d}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \left[1 - \left(\frac{2\pi x - d}{2\pi h - d} \right)^{\frac{1}{2}} \right].$$

Système nappe de fils entre deux plans. — Dans un système représentant un électrofiltre à plaques soit une nappe de fils d'écartement d placés à égale distance de deux plans distants de $2h$, on a établi de même la formule suivante donnant le champ au droit d'un fil

$$E = \coth \frac{\pi}{d} x \left[\frac{8djs}{k} \operatorname{Log} \frac{\operatorname{ch} \frac{\pi}{d} x}{\operatorname{ch} \frac{\pi}{d} a} + E_0^2 a^2 \left(\frac{\pi}{d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad \left(h > \frac{3}{4} d \right).$$

Ici aussi on dispose d'une large bande près des plateaux où le champ est constant et a pour expression

$$E = \left[\frac{8djs}{k} \left(\frac{\pi}{d} x - \operatorname{Log} 2 \right) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

une expression pratique du potentiel dans la région utile du champ sera donnée par

$$U = \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{2js}{k}} (\pi h - d \operatorname{Log} 2)^{\frac{3}{2}} \left[1 - \left(1 - \frac{x}{h - \frac{d}{\pi} \operatorname{Log} 2} \right)^{\frac{1}{2}} \right].$$

Les courbes $E = f(x)$ ont été construites pour différents courants js et pour différents rayons de fils ionisants : elles présentent un minimum, le champ augmentant à l'approche de l'électrode extérieure. Les potentiels correspondants déduits par intégration graphique s'accordent avec les mesures expérimentales effectuées à la sonde cylindrique froide⁽³⁾ et à la sonde incandescente, les courants js étant mesurés grâce à des plaquettes isolées sur l'électrode extérieure. Pour l'expérimentation on a pris des fils de rayon $a = 0,025$ cm et $a = 0,05$ cm les distances d et h dont il est question plus haut ont été prises égales à 15 cm; la majorité des mesures a été faite en tension négative, le fil ionisant étant porté jusqu'à 75 kV continu; les tensions V_0 de seuil étaient

relevées et servaient à la détermination de E_0 dans chaque système; de telles valeurs de E_0 ne s'écartent pas de plus de 10 % des valeurs prédéterminées par des formules empiriques de Peek de la forme

$$E_0 = A + \sqrt{\frac{B}{a}}$$

A, B étant des constantes.

(¹) *Isv techn.*, n° 3, 1953, p. 664-674.

(²) N. A. KAPTOV, *Elektrische Vorgänge in gasen und im Vakuum*, Berlin, 1955.

(³) R. COCHET, J. DUPUY, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 2387.

MAGNÉTISME. — *Superéchange et propriétés magnétiques du palladium entre 80 et 1600° K.* Note (*) de M. JULES WUCHER, transmise par M. Gabriel Foëx.

Les nombreux résultats expérimentaux relatifs aux propriétés magnétiques du palladium (¹), (²) concordent remarquablement bien. Nous avons étendu l'intervalle des mesures de quelques centaines de degrés vers les hautes températures et repris une étude plus détaillée entre 80 et 300° K. La susceptibilité du Pd passe par un maximum étalé vers 80° K (¹), puis décroît avec de faibles paliers vers 160 et 230° K (³) pour suivre entre 700 et 1600° K une loi de Weiss ($\chi_M + 20$)(T + 90) = 0,250.

T° K.	$\chi \cdot 10^6$.	$(\chi_M - 20) \cdot 10^6$.	$(\chi_M + 20) T$.	$(\chi_M - 20)(T + 90)$.
757.....	2,576	294,9	0,2232	0,249 ₈
816.....	2,404	276,5	0,2256	0,250 ₅
889.....	2,202	255,0	0,2267	0,249 ₆
937.....	2,095	243,6	0,2283	0,250 ₂
1007.....	1,946	227,7	0,2293	0,249 ₈
1070.....	1,833	215,6	0,2307	0,250 ₁
1151.....	1,700	201,4	0,2318	0,249 ₉
1221.....	1,593	190,0	0,2320	0,249 ₁
1313.....	1,480	178,0	0,2337	0,249 ₇
1398.....	1,382	167,5	0,2342	0,249 ₂
1479.....	1,302	159,0	0,2352	0,249 ₅
1565.....	1,230	151,3	0,2368	0,250 ₁
1649.....	1,169	144,8	0,2388	0,251 ₈

L'interprétation théorique de ce comportement est bien moins satisfaisante. La théorie des bandes (¹), (²) appliquée au Pd donne bien l'allure générale des courbes expérimentales avec trois paramètres (q , Θ_1 , Θ') ajustés, mais ne permet pas d'interpréter d'une façon simple le maximum de χ vers 80° K.

Nous avons abordé l'étude théorique d'un point de vue très différent en ne considérant que des interactions de *superéchange* entre proches voisins. Pour le nombre moyen de vacance d'électrons d par atome de Pd nous avons choisi

$q = 0,65$ résultant de l'étude de Pd hydrogéné (2). Nous partons donc de l'hypothèse que dans le Pd pur, sur N atomes, il y a $0,65 N$ atomes à l'état $(4d)^9$, porteurs d'un moment magnétique et $0,35 N$ atomes à l'état $(4d)^{10}$ dépourvus de moment. Pour simplifier nous admettons qu'un atome $(d)^9$ possède le moment théorique du spin $1/2$, sans contribution orbitale.

Dans le réseau cubique à faces centrées chaque atome possède douze proches voisins à la distance $a/\sqrt{2}$ et six seconds voisins à la distance a . Nous négligerons les interactions entre seconds voisins, qui se manifesteront probablement dans les propriétés magnétiques non encore mesurées aux très basses températures (entre 1 et 20°K).

Pour préciser notre modèle d'interaction par superéchange, considérons un triangle équilatéral *isolé* de côté $a/\sqrt{2}$, formé de deux atomes $(d)^9$ de spins $\vec{s}_1$ et $\vec{s}_2$ et d'un atome $(d)^{10}$ neutre. Nous admettons que le couplage antiparallèle des deux spins $\vec{s}_1$ et $\vec{s}_2$ se fait par l'intermédiaire de l'atome d^{10} , l'interaction étant de la forme $J\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$. Dans un tétraèdre régulier *isolé* de côté $a/\sqrt{2}$ formé de deux $(d)^9$ et deux $(d)^{10}$, nous admettrons une interaction $2J\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$.

De façon plus générale pour deux atomes $(d)^9$ proches voisins, nous admettrons une interaction $nJ\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2$ avec $n = 4, 3, 2, 1$ ou 0 suivant le nombre d'atomes $(d)^{10}$ occupant les quatre sites d'interaction possibles.

Pour calculer approximativement la répartition statistique entre les divers modes possibles d'interaction, nous sommes partis d'une configuration de seize atomes comprenant un tétraèdre régulier au centre et douze atomes placés dans les sites d'interaction possibles relatifs aux quatre atomes centraux.

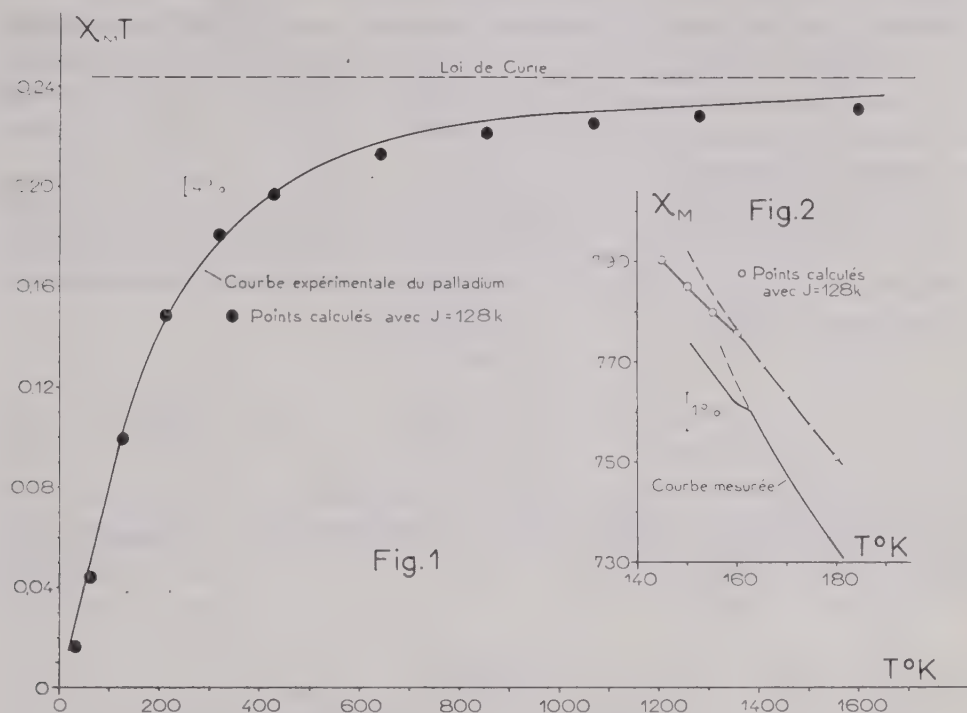
La répartition en $(d)^9$ et $(d)^{10}$ aux quatre sommets du tétraèdre est donnée par les termes du polynôme $(x+y)^4$, avec $x = 0,65$ et $y = 0,35$. Celle des douze atomes environnants par $(x+y)^{12}$. On obtient finalement la formule théorique suivante :

$$Z_M T = \frac{N \mu_B^2}{kT} \left[\begin{aligned} &0,0736 \frac{8 e^{-\tau}}{3 e^{-\tau} + 1} + 0,4066 \frac{8 e^{-2\tau}}{3 e^{-2\tau} + 1} + 0,3074 \frac{8 e^{-3\tau}}{3 e^{-3\tau} + 1} \\ &+ 0,0458 \frac{8 e^{-4\tau}}{3 e^{-4\tau} + 1} + 0,0297 \frac{20 e^{-1,5\tau} + 4}{4 e^{-1,5\tau} + 4} + 0,0372 \frac{20 e^{-2\tau} + 4}{4 e^{-2\tau} + 4} \\ &+ 0,0008 \frac{20 e^{-1,5\tau} + 4}{4 e^{-1,5\tau} + 4} + 0,1824 \frac{40 e^{-2,1\tau} + 24 e^{-0,7\tau}}{5 e^{-2,1\tau} + 9 e^{-0,7\tau} + 2} \end{aligned} \right],$$

où μ_B est le magnéton de Bohr, k la constante de Boltzmann, N le nombre d'Avogadro et $\tau = J/kT$.

Dans la figure 1 nous avons porté la courbe expérimentale $Z_M T$ en fonction de T . Les points calculés suivant la formule ci-dessus avec le seul paramètre d'ajustement $J = 128k$ se placent à mieux que 3 % dans tout l'intervalle des températures compris entre 100 et 1600°K. La fonction $8 e^{-\tau}/(3 e^{-\tau} + 1)$ passe par un maximum pour $\tau = 1,6$, ce qui est vérifié avec $J = 128k$ et $T = 80^\circ K$.

La théorie donne donc une interprétation immédiate du maximum observé vers 80°K. Elle a permis en outre de prévoir les faibles paliers observés expérimentalement vers 160°K (fig. 2) et 230°K.



Une extension de cette théorie aux propriétés magnétiques des alliages à base de palladium est en cours d'étude.

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) F. E. HOARE et J. C. MATTHEWS, *Proc. Roy. Soc., A* 212, 1952, p. 137.

(2) J. WUCHER, *Ann. Phys.*, 7, 1952, p. 317.

(3) Ces paliers visibles sur la courbe publiée par F. E. Hoare et J. C. Matthews ont été retrouvés par N. Perakis (mesures inédites) et confirmés par mes propres mesures. On avait tendance à les attribuer à des erreurs de mesures.

(4) E. P. WOHLFARTH, *Proc. Leeds Phil. Soc.*, 5, 1949, p. 89.

(5) E. KRÖNQVIST, *Arkiv för Fysik*, 10, 1955, p. 49.

ÉLECTRONIQUE. — *Effets thermomagnétoélectriques dans l'antimoniure d'indium.*

Note (*) de M. PIERRE AIGRAIX, M^{lle} CLAUDETTE RIGAUD et M. JEAN-MARIE THUILLIER, présentée par M. Jean Cabannes.

L'existence de deux types de porteurs dans un semi-conducteur entraîne, en présence d'un gradient de température, d'importants courants de diffusion

d'électrons et de trous. Un champ magnétique normal au gradient de température dévie les porteurs, il en résulte l'apparition d'un champ électrique suivant la troisième direction, qui constitue un effet Nernst anormal.

Notre travail a porté sur différents échantillons d'antimoniure d'indium dont nous avons au préalable déterminé les caractéristiques par les mesures de la conductivité électrique et de l'effet Hall. L'étude du pouvoir thermo-électrique a permis une vérification des résultats et, en outre, la détermination du rapport des masses effectives. Les différents échantillons étudiés donnent des résultats concordants.

1. CONDUCTIVITÉ ÉLECTRIQUE. — A température suffisamment élevée, la conductivité varie suivant la loi $\sigma = A \exp - (\varepsilon_0/2kT)$, où ε_0 est l'énergie d'ionisation extrapolée au zéro absolu. La pente de la portion rectiligne de la courbe $\log \sigma$ en fonction de $1/T$ donne ε_0 . $\varepsilon_0 = 0,24 \text{ eV}$ (fig. 1).

2. EFFET HALL. — La constante de Hall vaut

$$\frac{3\pi}{8qc} \frac{xb^2 - 1}{(xb + 1)^2},$$

$x = n/p$, rapport des densités des électrons et des trous;

$b = \mu_n/\mu_p$, rapport des mobilités des électrons et des trous, supposé indépendant de la température.

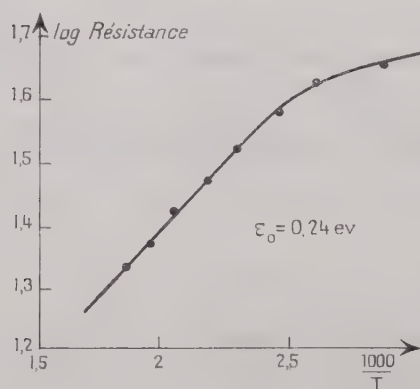


Fig. 1.

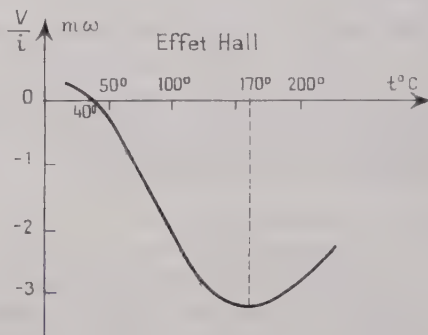


Fig. 2.

La variation de la constante de Hall avec la température pour un échantillon de type p est représentée sur la figure 2. En supposant toutes les impuretés ionisées à la température de l'expérience, ce qui est légitime dans le cas d'un spécimen assez pur, on peut établir la relation

$$(1) \quad \frac{1-x}{\sqrt{x}} = \frac{1-x_0}{\sqrt{x_0}} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp - \frac{\varepsilon_0}{2K} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right),$$

x et x_0 correspondant aux températures T et T_0 . Pour $T_0 = 313^\circ \text{K}$, tempéra-

ture d'annulation de l'effet, $x_0 = 1/b^2$. Pour $T = 443^\circ \text{K}$, température du minimum de l'effet, $x = 1/b$. Portant dans (1), nous obtenons une évaluation de b , $b = 42,5$.

3. EFFET SEEBECK. — Le pouvoir thermoélectrique θ d'un semi-conducteur s'exprime par

$$(2) \quad \theta = \frac{k}{q} \left[\frac{1 - xb}{1 + xb} \left(3 + \frac{\varepsilon}{2KT} \right) - \frac{1}{2} \log \alpha x \right],$$

ε , largeur de la bande interdite à la température T ;

k $q = 86 \mu\text{V/d}^\circ$; $\alpha = (m_p/m_n)^{3/2}$, où m_p et m_n sont les masses effectives.

Les équations (1) et (2) justifient les résultats expérimentaux (fig. 3).

a. Calcul du maximum de l'effet thermoélectrique :

$$\frac{\varepsilon_0}{KT} (x^2 b^2 - 1) (1 + x) + (1 - x) \left(3 + \frac{\varepsilon_0}{KT} \right) \left[(1 + xb)^2 - 4bx \left(3 + \frac{\varepsilon}{2KT} \right) \right] = 0$$

un calcul approché donne $x = 2,8 \cdot 10^{-4}$. En portant x dans (1) où $T_0 = 313^\circ \text{K}$, $x_0 = 1/b^2$, nous obtenons $T = 295^\circ \text{K}$. La courbe expérimentale indique $T = 291,5$.

b. Annulation de l'effet thermoélectrique. — L'expérience montre que l'effet s'annule à 436°K . D'après (1) $x = 1,9 \cdot 10^{-2}$. Portant dans (2), nous obtenons $\alpha = 21,4$ et $m_p/m_n = 7,7$. Les récentes mesures des résonances cyclotron donnent cette valeur.

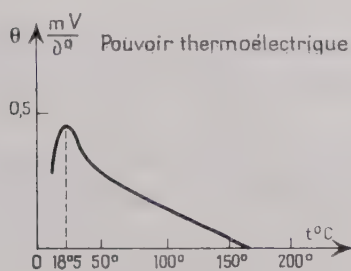


Fig. 3.

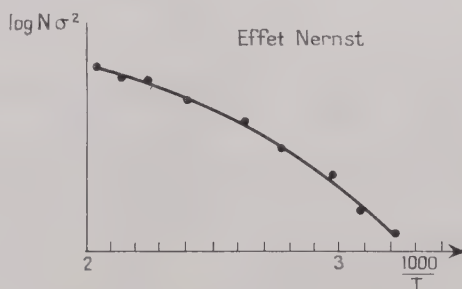


Fig. 4.

4. EFFET NERNST. — a. Le champ électrique de Nernst est relié à la température par l'expression

$$\frac{-E_N}{H \frac{dT}{dx}} = \frac{3\pi}{8qc} k \left[-\frac{1}{2} \frac{(n\mu_n^2 - p\mu_p^2)(n\mu_n - p\mu_p)}{(n\mu_n + p\mu_p)^2} + \frac{n p \mu_n \mu_p (\mu_n + \mu_p)}{(n\mu_n + p\mu_p)^2} \left(3 + \frac{\varepsilon_0}{KT} \right) \right].$$

Le premier terme est nul pour $T = 313^\circ \text{K}$ où $x = 1/b^2$ et $T = 443^\circ \text{K}$ où $x = 1/b$. On vérifie aisément qu'il est toujours petit par rapport au second. $N\sigma^2$ est proportionnel à $T^{(3/2)} e^{-(\varepsilon_0/KT)} [(\varepsilon_0/KT - 3)]$; en admettant que les mobi-

lités varient en $T^{-1/2}$:

$$\frac{d(\log N\sigma^2)}{d\left(\frac{1}{T}\right)} = \frac{3}{2}T - \frac{\varepsilon_0}{K} \left(1 - \frac{1}{\frac{\varepsilon_0}{KT} - 3}\right).$$

On peut vérifier ce résultat sur la figure 4. Pour $T = 362^\circ\text{K}$,

$$\frac{d\log N\sigma^2}{d\frac{1}{T}} = 1815,$$

d'après la théorie. L'expérience donne 1970.

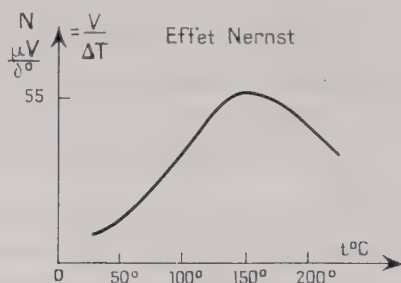


Fig. 5.

b. Maximum de l'effet Nernst (fig. 5). — L'échantillon envisagé présente un effet maximum à la température $T = 423^\circ\text{K}$,

$$N \propto \frac{npb\mu_p(b+1)}{(nb+1)^2} \left(\frac{\varepsilon_0}{KT} - 3\right).$$

La température du maximum prévue par la théorie est $T = 400^\circ\text{K}$. Expérimentalement, nous trouvons 423°K . Ce désaccord peut s'interpréter si la loi en $T^{-(3/2)}$ admise pour μ_p n'est plus valable.

En résumé, ces expériences sont en bon accord avec la théorie, et permettent une détermination simple du rapport des masses effectives et des mobilités des porteurs.

(*) Séance du 20 février 1956.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur le calcul des courants de défauts.*

Note (*) de M. **LOUIS CASTAGNETTO**, transmise par M. Léopold Escande.

On montre l'avantage d'introduire directement les caractéristiques du défaut sans utiliser les composantes symétriques.

Soient

$$[I] = \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}; \quad [V] = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

les matrices représentant au point du défaut et pendant la durée de ce dernier, les trois courants de défaut et les différences de potentiel entre chaque phase et la terre.

On considère un réseau polyphasé symétrique dont les impédances et les admittances homopolaires, directes et inverses, vues du défaut seront désignées respectivement par

$$Z_{hh}, Z_{ls}, Z_{li}; \quad Y_{hh}, Y_{ls}, Y_{li}.$$

On posera

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}; \quad [V_s] = \begin{bmatrix} V_a^0 \\ V_a^- \\ V_a^+ \end{bmatrix}; \quad [I_s] = \begin{bmatrix} I_a^0 \\ I_a^- \\ I_a^+ \end{bmatrix}; \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}}.$$

On peut écrire alors

$$[V] = [S][V_s]; \quad [I] = [S]^{-1}[I_s].$$

Or, d'après un théorème de Fallou :

$$[V_s] = \begin{bmatrix} 0 \\ V_f \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{ll} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{li} \end{bmatrix} [I_s],$$

où V_f est la différence de potentiel entre la phase « a » et la terre avant l'apparition du défaut.

Il vient

$$[V] = [S] \begin{bmatrix} 0 \\ V_f \\ 0 \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} Z_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{ll} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{li} \end{bmatrix} [S]^{-1} [I]$$

et en effectuant

$$[V] = V_f \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{hh} + Z_{ll} + Z_{li} & Z_{hh} + aZ_{ll} + a^2Z_{li} & Z_{hh} + a^2Z_{ll} + aZ_{li} \\ Z_{hh} + a^2Z_{ll} + aZ_{li} & Z_{hh} + Z_{ll} + Z_{li} & Z_{hh} + aZ_{ll} + a^2Z_{li} \\ Z_{hh} + aZ_{ll} + a^2Z_{li} & Z_{hh} + a^2Z_{ll} + aZ_{li} & Z_{hh} + Z_{ll} + Z_{li} \end{bmatrix} [I];$$

formule qui relie directement les matrices $[V]$ et $[I]$.

Du fait que

$$\left[[S] \begin{bmatrix} Z_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{ll} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{li} \end{bmatrix} [S]^{-1} \right]^{-1} = [S] \begin{bmatrix} Y_{hh} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ll} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{li} \end{bmatrix} [S]^{-1},$$

on pourra écrire aussi :

$$[I] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Y_{hh} + Y_{ll} + Y_{li} & Y_{hh} + aY_{ll} + a^2Y_{li} & Y_{hh} + a^2Y_{ll} + aY_{li} \\ Y_{hh} + a^2Y_{ll} + aY_{li} & Y_{hh} + Y_{ll} + Y_{li} & Y_{hh} + aY_{ll} + a^2Y_{li} \\ Y_{hh} + aY_{ll} + a^2Y_{li} & Y_{hh} + a^2Y_{ll} + aY_{li} & Y_{hh} + Y_{ll} + Y_{li} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_f - V_a \\ a^2V_f - V_b \\ aV_f - V_c \end{bmatrix}.$$

Si l'on désire les différences de potentiel entre phases pendant le défaut ces formules donnent :

$$ja\sqrt{3} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = 3V_f \begin{bmatrix} a^2 \\ a \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2Z_{ll} - Z_{li} & Z_{ll} - a^2Z_{li} & aZ_{ll} - aZ_{li} \\ aZ_{ll} - aZ_{li} & a^2Z_{ll} - Z_{li} & Z_{ll} - a^2Z_{li} \\ Z_{ll} - a^2Z_{li} & aZ_{ll} - aZ_{li} & a^2Z_{ll} - Z_{li} \end{bmatrix} [I].$$

On calcule ainsi directement les inconnues sans passer par le calcul préalable de leurs composantes symétriques.

Ces formules permettent de retrouver les résultats connus ainsi que de traiter des cas présentant d'autres dissymétries.

Une généralisation évidente donne les formules s'appliquant au cas d'un réseau symétrique n -phasé.

(*) Séance du 20 février 1956.

OPTIQUE. — *Mesure du pouvoir réflecteur dans l'ultraviolet lointain de dépôts de silicium obtenus par évaporation sous vide.* Note de M^{lles} **SONJA KANDARE** et **DENISE FABRE**, présentée par M. Eugène Darmais.

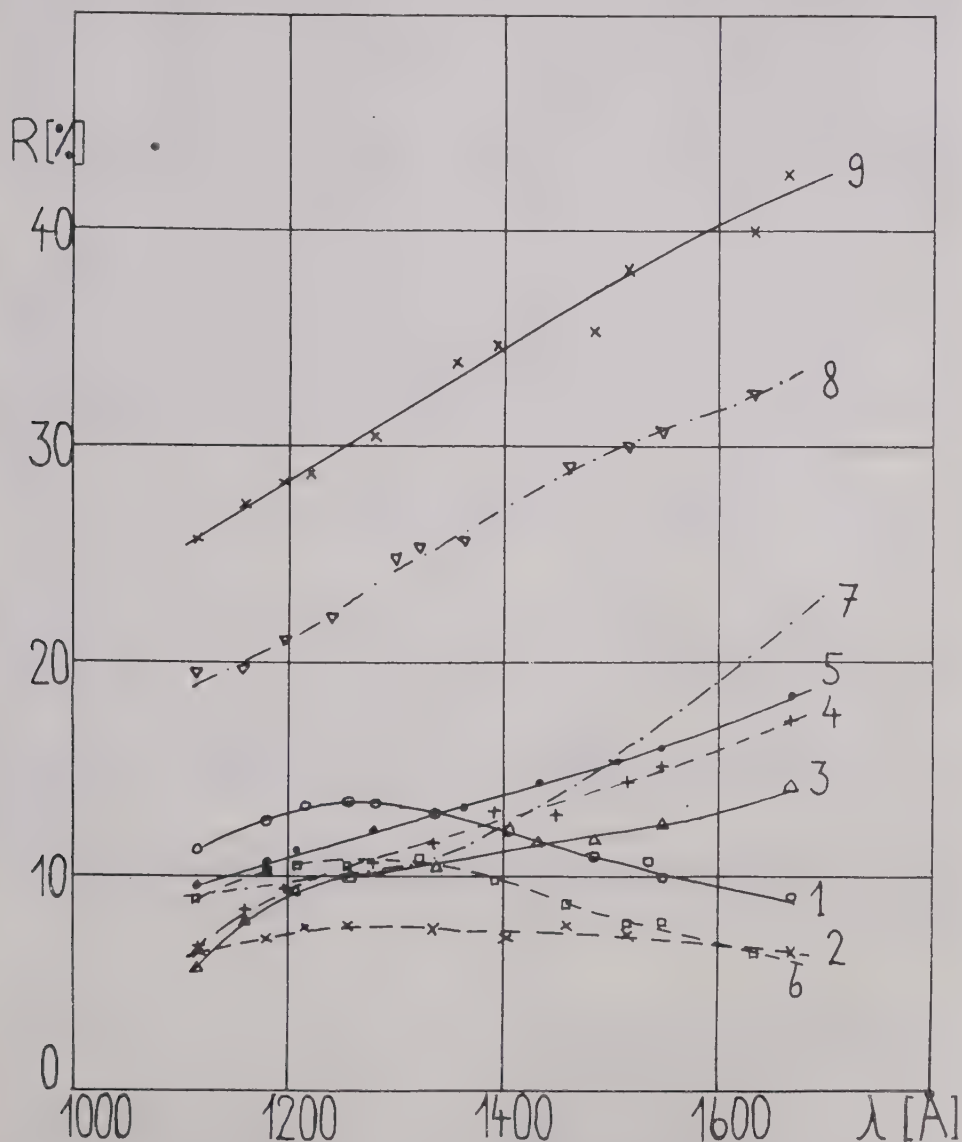
Les auteurs étudient le pouvoir réflecteur des couches minces de silicium dans l'ultraviolet lointain et observent, en fonction de l'épaisseur, des variations analogues à celles étudiées dans le visible par d'autres auteurs. Des conditions particulières d'évaporation entraînent une augmentation du pouvoir réflecteur.

Le silicium est un élément connu pour avoir un bon pouvoir réflecteur dans l'ultraviolet, comme on peut en juger d'après les mesures de E. O. Hulburt ⁽¹⁾ qui trouve entre 2 100 et 2 800 Å un pouvoir réflecteur de 75 % environ pour du silicium massif. Dans l'ultraviolet lointain on peut citer les mesures de B. K. Johnson ⁽²⁾ qui trouve 23 % à 1340 Å et 29 % à 1640 Å, pour le silicium massif poli, et les mesures de P. R. Gleason ⁽³⁾ qui trouve 16 % à 1000 Å et 21 % à 1600 Å pour des couches obtenues par pulvérisation cathodique. Ces dernières couches présentaient dans le visible une transmission de 55 %; l'auteur ne précise d'ailleurs pas le procédé qu'il utilise pour mesurer cette transmission, ce qui est regrettable car ses couches sont vraisemblablement colorées.

Nous nous sommes proposés de compléter ces données, qui sont les seules existant à notre connaissance, par une étude des couches minces obtenues par évaporation.

Le matériel dont nous disposions ne nous permettant pas d'utiliser une évaporation par bombardement électronique ⁽⁴⁾ nous avons chauffé le silicium pur soit dans une gouttière de tantale, en restant en dessous du point de fusion du silicium, soit dans un creuset en fil de tungstène enrobé d'oxyde d'aluminium ou d'oxyde de beryllium, en nous plaçant au-dessus du point de fusion du silicium. Nous avons contrôlé la température de l'évaporation au moyen d'un dispositif de pyrométrie rudimentaire, selon la technique de W. L. Bond ⁽⁵⁾. Par ailleurs en nous référant au travail de G. Hass et N. W. Scott ⁽⁶⁾ sur l'oxydation des couches de silicium, il ne semble pas que dans nos conditions expérimentales il puisse se former

une quantité appréciable d'oxyde. Les mesures de pouvoir réflecteur ont été faites pour une incidence de 18° sur un appareillage décrit par ailleurs ⁽¹⁾, ^(*). Nous avons évalué l'épaisseur relative des couches par la mesure de leur densité optique par photométrie photographique dans le violet, les couches étant de coloration jaune à orangée.



Les courbes 1 à 7 de la figure 1 représentent les pouvoirs réflecteurs de couches d'épaisseur croissante. La courbe 1 qui est celle d'une couche très mince à peine visible, correspond sensiblement, en forme, au pouvoir réflecteur du support de pyrex. Les courbes 2, 3, 4, 5 correspondent à des

couches dont la transmission varie de 62 à 7 %. Le pouvoir réflecteur croît en fonction de l'épaisseur, le caractère de la courbe se modifie et se rapproche de la forme trouvée par Gleason et par Johnson. Par contre, pour l'échantillon 6, dont la transmission est inférieure à 0,5 %, la forme de la couche change de nouveau, le pouvoir réflecteur baisse beaucoup dans le domaine des grandes longueurs d'onde. Nous avons répété les mesures, en changeant les conditions d'évaporation des couches, pour la plupart des épaisseurs citées et particulièrement pour les couches 6.

En augmentant encore l'épaisseur nous obtenons des couches d'aspect métallique, dont le pouvoir réflecteur (courbe 7) se raccorde du côté des grandes longueurs d'onde avec les résultats de Gleason, mais en étant moins bon du côté des courtes longueurs d'onde.

Nous observons donc, surtout pour les grandes longueurs d'onde, un maximum dans la variation du pouvoir réflecteur en fonction de l'épaisseur. Ceci peut être rattaché au phénomène d'interférence, étudié théoriquement et pratiquement dans le visible, en particulier par P. Cotton ⁽⁹⁾, ⁽¹⁰⁾, précisément sur les couches de silicium. La vérification de la concordance des résultats avec la théorie nécessiterait la connaissance exacte des épaisseurs en valeur relative, ainsi que des constantes optiques, au moins celles du support. Ces dernières ne sont pas encore connues dans l'ultraviolet lointain.

D'autre part, lorsqu'on évapore le silicium dans une gouttière de tantale à une température de quelques centaines de degrés supérieure au point de fusion du silicium, on obtient des couches plus rougeâtres et d'un pouvoir réflecteur très supérieur (courbes 8 et 9), du moins dans un domaine d'épaisseur assez restreint (transmission de l'ordre de 1 % dans le bleu). Or, dans ces conditions, nous constatons toujours une attaque très nette du ruban de tantale et un accroissement de la fragilité. Il y a donc probablement formation d'un alliage. Nous pensons que de petites quantités de tantale s'évaporent et changent la structure de la couche. Une étude des pouvoirs réflecteurs des alliages dans l'ultraviolet lointain présenterait certainement un intérêt.

(¹) *Astrophys. J.*, 42, 1915, p. 205.

(²) *Proc. Phys. Soc.*, 53, 1941, p. 258.

(³) *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 13, 1929, p. 551.

(⁴) J. BROCHARD, P. GIACOMO, P. JACQUINOT et S. ROISEX, *J. Phys. Rad.*, 12, 1951, p. 632.

(⁵) *J. opt. Soc. Amer.*, 44, 1954, p. 429.

(⁶) *J. Phys. Rad.*, 11, 1950, p. 394.

(⁷) M^{me} S. ROBIN, *Rev. Opt.*, 33, 1954.

(⁸) M^{lle} D. FABRE, *Diplôme d'Études supérieures*, Paris, 1956.

(⁹) *Ann. Phys.*, 2, 1947, p. 209.

(¹⁰) *J. Phys. Rad.*, 11, 1950, p. 375.

SPECTROLOGIE. — *Étude de la bande de l'ammoniac à 4 μ .*

Note de M. CLAUDE HAEUSLER, transmise par M. Jean Cabannes.

Deux interprétations différentes de la nature de la bande de l'ammoniac à 4 μ ont été données. Certains auteurs estiment qu'il s'agit d'une bande de différence ⁽¹⁾ $\nu_3 - \nu_2$ d'autres d'une bande d'addition ⁽²⁾ $\nu_2 + \nu_4$.

Nous nous sommes proposé de faire un choix entre ces deux interprétations.

Nous avons examiné cette bande d'absorption de l'ammoniac à la température de 250° C et à la température ambiante (environ 18° C). S'il s'agit d'une bande de différence, l'intensité de la bande augmentera avec la température par suite de l'excitation du niveau ν_2 .

Nous avons utilisé un spectrographe infrarouge à réseau échellette (300 traits mm). Le détecteur est une cellule au Te Pb refroidie à l'azote liquide. Le montage du spectrographe est un montage de Pfund. La cuve d'absorption a 1,5 m de longueur, les faces sont en Cl Na; elle est entourée d'une résistance chauffante qui permet d'atteindre des températures de l'ordre de 300° C.

La bande recouvre un intervalle spectral compris approximativement entre 2400 cm^{-1} et 2600 cm^{-1} . Deux raies sont particulièrement intenses (situées respectivement à 2440,8 cm^{-1} et 2473,3 cm^{-1}). Ces raies correspondent, d'après Barker, aux raies centrales de la bande de différence $\nu_3 - \nu_2$ (ou $\nu_2 + \nu_1$ d'après Sutherland).

Le spectre obtenu à chaud est particulièrement complexe, d'une part des raies nouvelles apparaissent entre 2400 et 2500 cm^{-1} , d'autre part l'intensité de la partie de la bande située entre 2500 et 2600 cm^{-1} croît considérablement. Manifestement, cette bande ne peut s'interpréter de la façon simple indiquée au début.

Les positions des vibrations fondamentales sont les suivantes :

$$\nu_1 = \begin{cases} 3\,335,9 \text{ cm}^{-1} \\ 3\,337,5 \text{ cm}^{-1} \end{cases}$$

$$\nu_2 = \begin{cases} 931,58 \text{ cm}^{-1} \\ 968,08 \text{ cm}^{-1} \end{cases}$$

$$\nu_3 = 3\,450 \text{ cm}^{-1}$$

$$\nu_4 = 1\,627,5 \text{ cm}^{-1}$$

Le phénomène d'« inversion doubling », très intense pour l'ammoniac, cause le dédoublement des bandes ν_1 et ν_2 .

Ce phénomène augmente avec le nombre quantique de vibration: pour l'harmonique $2\nu_2$ le dédoublement est environ dix fois supérieur au dédouble-

ment de la fondamentale ν_2 .

$$\text{niveau } (02 \cdot 00) = 1597,4 \text{ cm}^{-1},$$

$$\text{niveau } (02 \cdot 00) = 1910 \text{ cm}^{-1}.$$

Entre 2 400 et 2 500 cm^{-1} , partie de la bande où l'intensité ne varie pas avec la température, se place la bande de combinaison $\nu_2 + \nu_4$ (raies centrales à 2 440,8 cm^{-1} et 2 473,3 cm^{-1}). Les raies qui apparaissent vers 2 400 cm^{-1} avec la température, correspondent vraisemblablement à la transition $(01+00) \rightarrow (1+000)$ correspondant à la bande de combinaison $\nu_1 - \nu_2$. La fréquence exacte calculée à partir des fréquences fondamentales ν_1 et ν_2 est : $\nu_1 - \nu_2 = 2\,405,9 \text{ cm}^{-1}$.

Les autres raies nouvelles peuvent correspondre à la bande de combinaison

$$\nu_3 - \nu_2, \quad \left[\nu_3 - \nu_2 = \begin{cases} 2481,9 \text{ cm}^{-1} \\ 2518,4 \text{ cm}^{-1} \end{cases} \right].$$

Le spectre observé avec les fréquences supérieures à 2500 cm^{-1} , dont l'intensité des raies croît avec la température, correspond vraisemblablement à la transition $(01+00) \rightarrow (02 \cdot 01)$ (bande $\nu_1 + 2\nu_2 - \nu_2$) qui devrait s'observer vers 2605 cm^{-1} si l'on ne tient pas compte de l'anharmonicité.

En conclusion, la bande à 4 μ de l'ammoniac ne peut recevoir une interprétation simple, l'interprétation la plus vraisemblable étant la suivante :

$$\nu_2 + \nu_4, \quad \nu_1 - \nu_2, \quad \nu_3 - \nu_2, \quad \nu_1 + 2\nu_2 - \nu_2,$$

(¹) BARKER, *Phys. Rev.*, 53, 1939, p. 657.

(²) SUTHERLAND, *Phys. Rev.*, 56, 1939, p. 836.

EFFET RAMAN. — *Étude à la température ordinaire d'une solution saturée de sulfate de zinc.* Note de M. **ROBERT LAFONT**, transmise par M. Jean Cabannes.

L'influence des couplages entre les oscillations internes des quatre ions SO_4^{--} de la maille cristalline de $\text{SO}_4\text{Zn} \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ se retrouve dans le cas des solutions saturées de ce sel à la température ordinaire. La structure de ces dernières doit donc être considérée comme identique, dans un domaine peu étendu, à celle de la maille du cristal.

J'ai étudié l'effet Raman d'une solution saturée de SO_4Zn à la température ordinaire ($\theta < 25^\circ$) avec le montage transversal classique en lumière incidente naturelle et analyse de la lumière diffusée. Les résultats expérimentaux obtenus ont été comparés à ceux donnés par un monocrystal de $\text{SO}_4\text{Zn} \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ (¹).

1° Dans les deux cas, l'oscillation totalement symétrique de l'ion tétraédrique SO_4 reste simple. Elle donne lieu dans la solution à une raie unique très forte, presque totalement polarisée, de fréquence $\Delta\nu_1 = 979 \text{ cm}^{-1}$, légèrement inférieure à celle de la raie totalement symétrique et entièrement polarisée $\Lambda_1 983,5 \text{ cm}^{-1}$ du cristal.

2° Les oscillations dégénérées de l'ion libre, de fréquence $\nu_2 = 451 \text{ cm}^{-1}$ (doublement dégénérée), $\nu_3 = 615 \text{ cm}^{-1}$ et $\nu_4 = 1105 \text{ cm}^{-1}$ (triplement dégénérées), donnent lieu, dans la solution, à des ensembles de fréquences E_2 , E_3 , E_4 , larges et complexes, qui sont dépolarisées ainsi qu'il fallait s'y attendre; dans le cristal, on le sait, toutes les raies correspondantes sont totalement polarisées, par suite de la symétrie du réseau et des conditions d'observation.

L'existence de ces ensembles met en évidence la cessation de la dégénérescence des vibrations de l'ion SO_4^{2-} dans la solution saturée, par suite de l'abaissement de sa symétrie sous l'action des ions voisins (²). Cependant, la largeur et la complexité de ces trois ensembles sont telles qu'il est impossible de les considérer comme résultant *uniquement* de la superposition des deux ou trois raies simples provenant de cette cessation de la dégénérescence.

3. L'ensemble E_2 , en particulier, est constitué par des raies très nettement identifiées dans les cinq spectres obtenus. Les fréquences de ces raies (tableau I) sont pratiquement identiques à celles des raies observées dans le spectre du cristal, et qui proviennent du *couplage* des oscillations des quatre ions SO_4^{2-} de la maille cristalline.

TABLEAU I.

(Ensemble E_2 ; $\nu_2 = 451 \text{ cm}^{-1}$).

Solution (	$\Delta\nu \text{ cm}^{-1} \dots$	432	442	449		459		470	475		
saturée {	Intensités...	f	F	F		F		f	ff		
Cristal	Types.....	(B ₁)	B ₁	B ₃	A ₁	B ₂	A ₁	B ₃	A ₁	(B ₂)	
	$\Delta\nu \text{ cm}^{-1} \dots$	?	441	446	446	460	461	463	469	470	?
	Intensités...	(f)	2	1	1	2	f	f	f	f	(f)

Seules deux fréquences de la solution, 432 et 475 cm^{-1} , n'ont pas leurs correspondantes dans le spectre cristallin. Rappelons toutefois que la théorie (1) prévoyait dans le spectre du cristal deux raies faibles de type B₁ et B₂ en plus de celles observées. Ces deux raies auraient dû apparaître dans les mêmes spectres respectivement que les raies fortes du cristal B₁ 446 et B₂ 461 cm^{-1} : elles ont donc pu être masquées par ces dernières.

4. Les ensembles E_3 et E_4 de la solution ne sont pas résolubles en raies; remarquons toutefois (tableau II) que :

a. ces deux ensembles occupent respectivement dans l'échelle des fréquences la place couverte par la totalité des raies du spectre cristallin, groupées autour de chacune des fréquences fondamentales (tableau II, lignes 3 et 4).

b. la superposition de la totalité des spectres cristallins, compte tenu des fréquences et des intensités, permet de retrouver l'allure des bandes correspondant aux ensembles donnés par la solution : en particulier, les zones de grande intensité des ensembles de la solution coïncident avec l'accumulation des raies fortes et moyennes du spectre cristallin (tableau II, lignes 5 et 6). Ces derniers résultats s'expliquent fort bien si l'on admet que l'influence des

couplages, mise nettement en évidence pour l'ensemble E_2 , se retrouve pour les ensembles E_3 et E_4 .

TABLEAU II.

Ensembles E_3 , E_4 .

Ion libre SO_4^{--}	ν_3 615 cm^{-1} ..	ν_4 1105 cm^{-1} .
Ensembles.....	E_3 .	E_4 .
<i>Solution</i> : Largeur des ensembles.....	de 590 à 630	de 1060 à 1150
<i>Cristal</i> : Raies encadrant les ensembles.	609, ..., 638	1057, ..., 1163
<i>Solution</i> : Largeur de la zone de grande intensité.....	de 610 à 620	de 1060 à 1130
<i>Cristal</i> : Raies fortes et moyennes.....	609; 612; 616	1057; 1060; 1098; 1114; 1129

Les spectres des vibrations internes des ions SO_4^{--} de la solution saturée sont donc assimilables aux spectres de poudre du cristal en équilibre avec cette solution. L'idée d'une répartition statistiquement régulière et homogène des ions d'un électrolyte dissous ⁽³⁾, ⁽⁴⁾, ⁽⁵⁾ est donc confirmée et précisée; mes expériences montrent que la structure d'une solution saturée d'un sel reproduit, tout au moins dans des volumes élémentaires, le motif cristallin du cristal hydraté prenant naissance dans cette solution, puisque l'influence du couplage se retrouve identique dans le cristal et sa solution-mère.

(¹) R. LAFONT, *Comptes rendus*, 236, 1953, p. 678 : les notations de la présente Note sont celle de ce mémoire.

(²) Ce résultat avait déjà été signalé par Rousset, Lochet, Magne dans le cas des solutions concentrées de SO_4Cu : *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 270.

(³) PRINS, *J. Chem. Phys.*, 3, 1935, p. 72.

(⁴) J.-P. MATHIEU et M. LOUNSBURY, *J. Chim. Phys.*, 46, 1959, p. 545.

(⁵) J.-P. MATHIEU et M. LOUNSBURY, *Comptes rendus*, 229, 1949, p. 1315.

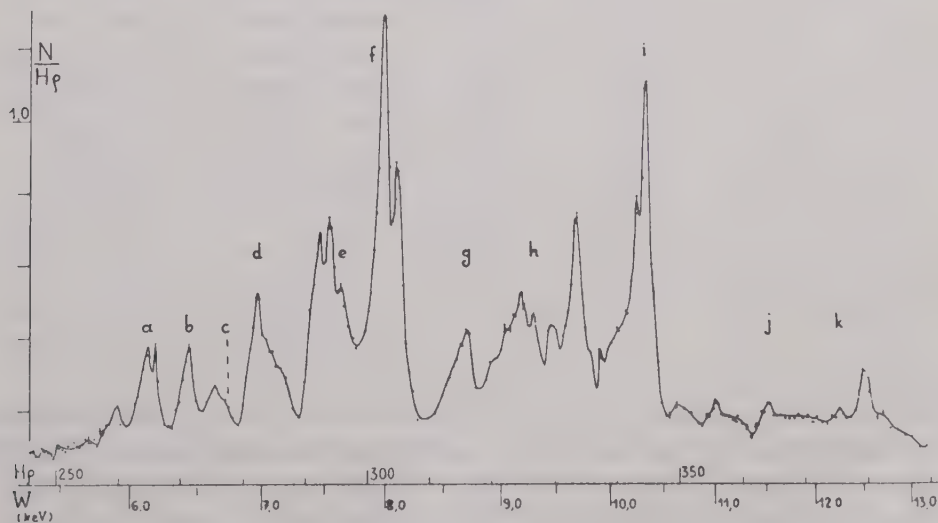
PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Électrons Auger-L accompagnant la désintégration des éléments du dépôt actif du thorium*. Note (*) de MM. **ANDRÉ MOUSSA** et **JEAN-BAPTISTE BELLICARD**, présentée par M. Louis Leprince-Ringuet.

Étude au spectrographe à double focalisation du spectre d'électrons Auger-L émis par le dépôt actif du thorium. Préparation de sources radioactives uniformes sur support de formvar de 10 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$. Détermination du nombre d'électrons Auger-L émis par désintégration. Détermination des énergies et identification d'une vingtaine de raies provenant des vacances L dans les sous-couches L_{II} et L_{III} du Bi et L_{III} du Tl.

La désintégration du ThB et de ses dérivés crée de nombreuses vacances dans les couches L des atomes formés. Elles proviennent surtout de l'émission de la raie A liée à un état excité du $\text{ThC}''(^{208}\text{Tl})$ et des raies F, D et H liées à un état excité du $\text{ThC}(^{212}\text{Bi})$. Il en résulte un spectre Auger-L complexe où les groupes de raies Auger du Bi et du Tl se trouvent superposés.

Le dépôt actif du thorium employé pour cette étude était recueilli sur un fil de platine par la méthode habituelle; puis les différentes sources étaient préparées par évaporation sous vide du dépôt actif sur des films de formvar aluminé dont la densité superficielle était de $10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ environ. Le fil de platine activé était déposé dans une gouttière de molybdène en U qui formait l'élément chauffant et qui permettait la canalisation du dépôt actif vers le film de formvar. Celui-ci déposé sur une lame de verre était décollé ensuite à la surface de l'eau puis recueilli sur un cadre en mica servant de porte source. Ce dispositif permettait d'amener le formvar à moins d'un millimètre de l'évaporateur tout en assurant sa protection thermique; 50 à 60 % du dépôt actif pouvait être ainsi recueilli sur la source. Le compteur du spectrographe⁽¹⁾ était obturé par des fenêtres de formvar aluminé de $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ déposées sur une grille de Nylon transparente à 75 %. Aucune correction d'absorption n'était nécessaire.

A. *Relevé du spectre d'électrons Auger-L.* — La période du ThB (10,6 h) exigeait pour cette étude l'emploi de plusieurs sources, elles avaient une largeur de 1,6 mm qui correspondait à un pouvoir séparateur de $2,5 \cdot 10^{-3}$. L'étalonnage du spectrographe par les raies A et K du thorium B nous a permis de déterminer l'énergie et l'intensité de la raie *f* du spectre Auger-L ($Z = 90$, $\lambda = 303,36 \text{ g.cm}$). Pour les autres raies, les mesures faites avec les diverses sources ont été normalisées en intensité et en énergie par rapport au sommet de la raie *f*, relevée pour chaque source. Le graphique représente le spectre Auger-L relevé.



B. *Détermination expérimentale du nombre d'électrons Auger-L par désintégration.* — Le nombre d'électrons Auger-L par désintégration a été déterminé en comparant les surfaces de la raie K et du groupe Auger-L données par la source d'étalonnage. Sachant qu'il existe 0,284 électrons K par désintégration,

on peut en déduire qu'il y a 0,32 électrons Auger-L par désintégration. Pour établir la comparaison, nous avons effectué un calcul théorique de ce nombre; il a nécessité d'abord celui du nombre de vacances L par désintégration. Ce calcul a été fait par D. K. Butt ⁽²⁾. Nous en avons déduit, en adoptant les rendements de fluorescence L donnés par B. Kinsey ⁽³⁾, un nombre d'électrons Auger-L par désintégration, égal à 0,34.

C. *Identification et énergies des raies principales du groupe Auger-L.* — Les raies les plus intenses ont été identifiées d'après les vacances L les plus nombreuses; elles sont localisées dans les sous-couches L_{II} et L_{III} du bismuth et dans la sous-couche L_{III} du thallium. Nous avons reporté dans le tableau ci-dessous les attributions que nous proposons provisoirement, établies à partir de ces considérations.

	ρH (g.cm).	Énergie (keV).	Identification.	Énergie calculée (keV).
<i>a</i>	264,95	6,150	Tl-L _{III} M _{II} M _{III}	6,160
<i>b</i>	271,3	6,435	Bi-L _{III} M _{II} M _{III}	6,421
	275,3	6,615	Tl-L _{III} M _{II} M _{III}	6,627
<i>c</i>	277,4	* 6,735	Tl-L _{III} M _{II} M _V	6,744
<i>d</i>	282,3	* 6,980	Bi-L _{III} M _{II} M _V	6,989
	294,0	* 7,540	Bi-L _{III} M _{III} M _V	7,535
<i>e</i>	295,6	7,640	Tl-L _{III} M _{IV} M _V	7,670
<i>f</i>	303,36	* 8,040	Bi-L _{III} M _{IV} M _V	8,042
	305,4	8,145	Bi-L _{III} M _V M _V	8,147
	315,3	8,670	Tl-L _{II} M _{III} M _{III}	8,670
<i>g</i>	316,4	8,720	Bi-L _{II} M _{II} M _{III}	8,713
	320,5	8,960	Bi-L _{II} M _I M _V	8,962
	325,2	9,200	Bi-L _{II} M _{II} M _{IV}	9,190
<i>h</i>	327,0	9,305	Bi-L _{II} M _{II} M _V	9,300
	333,8	9,735	Bi-L _{II} M _{III} M _{IV}	9,733
	342,9	10,260	Bi-L _{II} M _{IV} M _{IV}	10,220
<i>i</i>	344,45	* 10,340	Bi-L _{II} M _{IV} M _V	10,334
<i>j</i>	364,0	11,515	Tl-L _{II} M _{IV} N _{III}	11,570
<i>k</i>	375,3	* 12,260	Bi-L _{II} M _{IV} N _{III}	12,300
	379,3	* 12,500	Bi-L _{II} M _{IV} N _{IV}	12,530

On note des correspondances fréquentes entre les raies L_{III}M_VM_V du Tl et du Bi : paires (*a*, *b*), (*c*, *d*), (*e*, *f*) et (*j*, *k*); de même entre les sous-couches M des raies originaires des sous-couches L_{II} et L_{III} du Bi; ce qui justifie la classification de plusieurs raies : paires (*f*, *i*), (*b*, *g*) et (*d*, *h*).

Les raies marquées d'une astérisque (*) ont été signalées dans un travail de Butt ⁽²⁾, mais leur attribution, sauf pour *c* et *d* au groupe LMX nous a paru erronée. On sait en effet que le groupe Auger-K se compose toujours d'un groupe KLL intense suivi d'un groupe KLX nettement plus faible [cf. par exemple ⁽⁴⁾]. On peut supposer de même que le groupe LMM est plus intense

que le groupe LMN. La complexité du spectre rend d'ailleurs peu sûre l'identification des raies. On notera cependant la quasi-absence du groupe Auger-L₁, ce qui montre l'importance de la transition Coster-Kronig.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) A. MOUSSA et J. B. BELLICARD, *J. Phys. Rad.*, 13, 1954, p. 85A.

(²) *Proc. Phys. Soc.*, A. 63, 1950, p. 986.

(³) *Can. J. Phys.*, 26, 1948, p. 404.

(⁴) J. B. BELLICARD et A. MOUSSA, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1202.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la diffusion de l'argent dans le réseau cristallin du sulfure de cadmium luminescent*. Note de M^{me} MARGUERITE BANCIE-GRILLOT, transmise par M. Frédéric Joliot.

Les microdosages radiochimiques montrent que la quantité d'argent effectivement incluse dans le réseau cristallin d'échantillons de SCd(Ag), n'est que légèrement inférieure à celle mise en œuvre, quelle que soit la température de calcination. L'action de celle-ci sur les propriétés luminescentes de ces SCd(Ag) doit être recherchée dans l'association de l'effet des atomes d'argent avec celui d'autres défauts de réseau.

Les propriétés luminescentes du sulfure de cadmium activé à l'argent dépendent fortement de la température à laquelle il a été calciné. D'une part, l'élévation de cette température au-dessus de 600° détermine une rapide diminution du rendement de luminescence (¹). D'autre part, deux sortes de centres luminogènes sont susceptibles de se former par diffusion de l'argent dans le réseau cristallin de ce luminophore, les uns, à émission de plus courte longueur d'onde, prédominant dans les produits calcinés à température relativement basse, tandis que les autres, à émission presque uniquement infrarouge se manifestent surtout pour une température de calcination élevée (²). La détermination radiochimique de la concentration de l'impureté luminogène argent effectivement incluse dans le réseau, qui fait l'objet de cette Note, a été entreprise pour tenter de préciser les causes de cette double influence.

L'argent n'est pas un élément pour lequel la méthode radiochimique de microdosage est particulièrement avantageuse. Deux des trois radio-isotopes qu'il donne par irradiation aux neutrons thermiques ont en effet une période très courte (¹⁰⁷Ag : 44,3 s et ¹⁰⁸Ag : 2,33 mn), tandis que celle du troisième est au contraire assez longue (¹¹⁰Ag : 270 jours). Seul, ce dernier est utilisable pour l'analyse mais, après par exemple une semaine d'irradiation dans un flux de 10¹⁴ n/cm².s, l'activité spécifique qu'il confère à l'argent n'est encore que de 370 μ C. Si l'on admet qu'une limite commode de sa détection correspond à 20 % du mouvement propre du compteur Geiger-Müller, elle est dans le cas présent de l'ordre de 0,04 μ g de Ag

marqué. Bien que cette limite soit loin d'être aussi poussée que celle constatée par exemple dans le cas du cuivre ⁽³⁾, le microdosage radiochimique n'en est pas moins une méthode bien plus sensible que ne l'est la micro-analyse classique.

Dans une première série d'expériences, du nitrate d'argent servant de témoin, ainsi que des échantillons de $\text{SCd}(\text{Ag})$, calcinés à diverses températures, dont la répartition énergétique spectrale avait été mesurée ⁽¹⁾ ont été soumis pendant une semaine au même flux de neutrons thermiques de la pile de Saclay. Plusieurs mois plus tard, le radioargent 110 a été séparé du cadmium radioactif restant par entraînement par de l'argent inactif, puis précipité à l'état de chlorure dont l'activité permettait la détermination de la teneur en argent de l'échantillon.

Pour contrôler les résultats obtenus, notamment en ce qui concerne l'efficacité de la séparation du radioargent 110 et du radiocadmium 114 susceptible d'être adsorbé, une nouvelle série de luminophores $\text{SCd}(\text{Ag})$ a été préparée en calcinant, pendant une demi-heure, en atmosphère d'azote pur, à diverses températures, du sulfure de cadmium pur additionné de nitrate d'argent marqué par la présence de radioargent 110. Après traitement au cyanure de potassium pour éliminer le sulfure d'argent qui aurait pu subsister à la surface des micro-cristaux, l'argent était dosé comme dans la première série d'expériences, mais une seule précipitation était alors nécessaire.

Ces deux séries d'expériences ont donné des résultats concordants.

Ainsi, pour une proportion de $5 \cdot 10^{-5}$ d'argent mis en œuvre, la quantité de ce luminogène effectivement incluse dans le réseau cristallin du sulfure de cadmium a été trouvée égale à :

Température de calcination...	600°	700°	800°	900°	1 000°
Teneur en Ag (en 10^{-6})....	$4,1 \pm 0,3$	$4,1 \pm 0,3$	$3,3 \pm 0,6$	$3,8 \pm 0,4$	$3,9 \pm 0,4$

chacun de ces résultats représentant la moyenne de quatre mesures.

Il résulte de ces analyses que, contrairement à ce qui paraissait l'hypothèse la plus simple, les importantes variations du rendement et de la nature même de l'émission lumineuse du sulfure de cadmium activé à l'argent, en fonction de la température de sa calcination ne doivent pas être attribuées à de notables variations de concentration de l'impureté luminogène. Le fait que ce phénomène ait été retrouvé sur plusieurs échantillons de sulfure de cadmium d'origines diverses préparés par précipitation, soit par l'hydrogène sulfuré, soit par le thiosulfate de sodium, semble indiquer qu'il est également peu probable qu'il soit attribuable à l'introduction d'une autre impureté étrangère poison.

Ce résultat montre de plus que, pour des produits de préparation soignée, l'absence de luminescence n'est pas un test suffisant de pureté, même vis-à-vis des impuretés luminogènes; pour en juger, le recours à la micro-analyse chimique s'avère donc indispensable.

L'explication de l'influence de la température de calcination sur les

propriétés luminescentes du sulfure de cadmium activé à l'argent ne peut, dans ces conditions, être recherchée que dans l'association de l'effet des atomes d'argent inclus dans le réseau avec celui d'autres défauts de réseau. On pourrait avancer l'hypothèse suivante. Entre 500 et 600°, l'accroissement du rendement de luminescence serait dû à une amélioration progressive de la structure cristalline ⁽¹⁾. A 600°, les centres luminogènes prédominants admettent une émission florescente dont la partie visible, d'un beau rouge, est intense (maximum d'émission à 0,73 μ); ils seraient constitués par un atome d'argent substitutionnel entouré de quatre atomes de soufre. Au-delà de 600°, un commencement de dissociation du sulfure ferait apparaître des lacunes soufre, dont le nombre irait croissant avec la température. Celles de ces lacunes situées au hasard dans le réseau introduiraient alors dans la zone interdite des niveaux énergétiques discrets extincteurs (recombinaison électron-trou sans émission). Par contre, la proximité d'un atome d'argent, soit avec une de ces lacunes, soit avec un atome d'oxygène, conduirait à la formation de centres luminogènes à émission fluorescente presque uniquement infra-rouge (maximum d'émission à 0,78 μ), qui prédominent par calcination à haute température. Nous poursuivons nos études pour tenter de préciser cette question.

(¹) E. GRILLOT, *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1159 et 1280; *J. Chim. Phys.*, 48, 1951, p. 115-122.

(²) M. BANCIE-GRILLOT et E. GRILLOT, *J. Chim. Phys.* (sous presse).

(³) E. GRILLOT et M. BANCIE-GRILLOT, *Conference on Luminescence*, Cambridge, 1954, *British J. of appl. Phys.*, 6, sup. 4, 1955, p. S. 95; E. GRILLOT, *Congrès des Sociétés savantes*, Lille, 1955, p. 71-87.

(⁴) Confirmé par les spectres de diffraction X.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une méthode générale de titration électrochimique à l'aide de deux microélectrodes isométriques et polarisées. I. Principe de la méthode.* Note (*) de MM. **JACQUES-ÉMILE DUBOIS** et **WALTER WALISCH**, transmise par M. Paul Pascal.

On montre que la classification actuelle des méthodes d'électrotitration n'est pas entièrement satisfaisante. Après avoir esquissé un nouveau classement, la méthode à électrode polarisée est décrite. Bien que plus simple, elle présente tous les avantages de l'ampérométrie classique.

Différents travaux récents (¹), (²), (³), ont permis de ramener toutes les méthodes électrochimiques de titration avec phénomènes aux électrodes dans le cadre de deux grands groupes, celui de la potentiométrie et celui de l'ampérométrie (⁴), (⁵). Le classement actuel le plus retenu peut être schématiquement explicité comme suit (⁶) :

α. *Potentiométrie :*

- | | |
|--|---|
| a. Courant nul (potentiométrie classique). | $\left\{ \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ Électrode non attaquant et électrode de référence} \\ 2^{\circ} \text{ Deux électrodes métalliques différentes} \end{array} \right.$ |
| b. Courant (constant ?). | $\left\{ \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ Une électrode indicatrice polarisée} \\ 2^{\circ} \text{ (Deux électrodes identiques polarisées ?)} \end{array} \right.$ |

β. *Ampérométrie :*

- | | | |
|---|---|---|
| a. Une électrode indicatrice. | $\left\{ \begin{array}{l} 1^{\circ} \text{ Polarographie} \\ 2^{\circ} \text{ Électrode mobile de platine} \end{array} \right.$ | $\left. \vphantom{\begin{array}{l} 1^{\circ} \\ 2^{\circ} \end{array}} \right\} \text{ Voltammétrie}$ |
| b. Deux électrodes isométriques indicatrices. | | |

Remarquons rapidement que le domaine d'applications de l'ampérométrie est théoriquement plus large que celui de la potentiométrie classique qui suppose au moins un système réversible aux électrodes durant les titrations. L'ampérométrie est en outre plus rapide, plus sensible et plus précise.

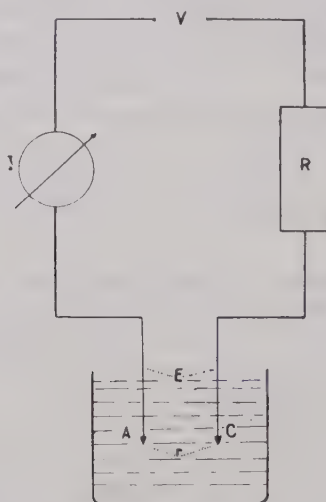


Fig. 1.

Par l'intermédiaire d'une résistance $R = 0,3 \text{ M}\Omega$ on applique aux électrodes de platine A et C une tension $V = 3 \text{ V}$. En fonction de l'introduction de $x \text{ ml}$ de la solution titrante on mesure la tension E , l'intensité I et les potentiels E_A et E_C par rapport à une électrode saturée de calomel.

A. Pour le schéma de titration (*fig. 1*) valable pour toutes ces méthodes on peut écrire :

$$I(R + r) - V + E_A - E_C = 0 \quad (\text{avec } E_A \text{ et } E_C = \text{potentiels des électrodes}).$$

Cette équation montre qu'on peut aussi bien mesurer $E_A - E_C = E$ que I pour suivre une titration (voir B). Dans la pratique la potentiométrie correspond au cas où $(R + r)$ est élevée et l'ampérométrie a de faibles valeurs de $(R + r)$.

Cette terminologie met trop l'accent, à notre avis, sur les méthodes pratiques

de mesures utilisées pour des cas limites. Nous exposerons par ailleurs une classification dont nous en donnons ci-dessous les lignes directrices.

I. — Conditions opératoires.	II. — Désignation.	III. — Mesures.
α' . Titration sans électrolyse	Potentiométrie	Mesures de tension
β' . Titration avec électrolyse :	Ampérométrie	1° Mesures d'intensité 2° Mesures de tension
$a.$ $V = 0$		
$b.$ $V \neq 0$		

La méthode présentée ici a été découverte et perfectionnée de 1952 à 1955. Avant toute décision d'ensemble sur la terminologie encore confuse, nous la décrivons provisoirement comme une « méthode à électrodes polarisées » : deux microélectrodes A et C isométriques (le platine est excellent) sont immobiles dans

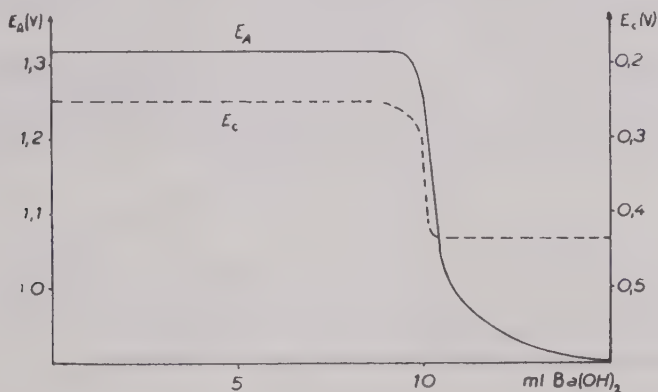


Fig. 2.

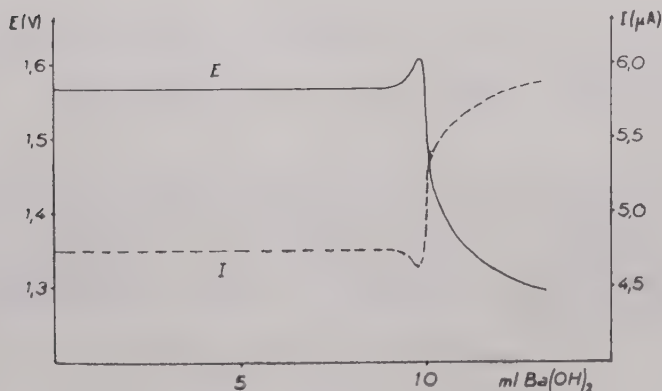


Fig. 3.

le milieu d'électrotitration. La tension appliquée E est de l'ordre de 3 V, la valeur de $R + r$ est élevée mais intermédiaire entre celles de l'ampérométrie et de la potentiométrie classiques. Le courant d'électrolyse I est très faible. On peut suivre faci-

lement les variations de E_A , E_c , E et I . Cette méthode retient certaines caractéristiques, et emploie des tensions beaucoup plus faibles (quelques millivolts) et en conserve tous les avantages; elle est aussi classée dans l'ampérométrie dans notre esquisse de classifications. Pour des raisons pratiques, les appareils de titration que nous avons réalisés, sont basés sur la mesure continue de la différence de potentiel entre les électrodes. On montre ci-dessous les variations concomitantes des grandeurs électriques (B) et l'on met en évidence le caractère très général de la méthode (C).

B. Variation des grandeurs électriques au cours d'une titration. Exemple : Neutralisation de 100 ml HCl 0,001 N par Ba(OH)₂ 0,01 N.

Les figures 2 et 3 mettent en évidence un changement brusque pour E_A , E_c , E et I près du point d'équivalence chimique. Du point de vue technique la mesure de E est la plus commode et sera retenue pour la généralisation de la méthode dans différents groupes de titration.

On montrera que l'étude de la variation de E pour les principaux groupes de titration permet de retrouver le même type de courbe (*fig. 3*), mais avec des grandeurs très différentes des valeurs absolues de E et de ΔE , ΔE étant la variation de E au cours d'un dosage.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) C. N. REILLY, W. D. COOKE et N. H. FURMAN, *Anal. Chem.*, **23**, 1951, p. 1223.

(²) R. GAUGUIN, *Anal. Chim. Acta*, **5**, 1951, p. 200; **7**, 1952, p. 172, 360, 408.

(³) R. GAUGUIN et G. CHARLOT, *Anal. Chim. Acta*, **8**, 1953, p. 65.

(⁴) G. DUYKAERTS, *Anal. Chim. Acta*, **5**, 1951, p. 233; **8**, 1953, p. 57.

(⁵) M. KOLTHOFF, *Anal. Chem.*, **6**, 1954, p. 1685.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la détermination des constantes de stabilité des picolates de métaux bivalents.* Note (*) de M^{lle} GERMAINE THOMAS et M. RENÉ A. PÂRIS, présentée par M. Georges Chaudron.

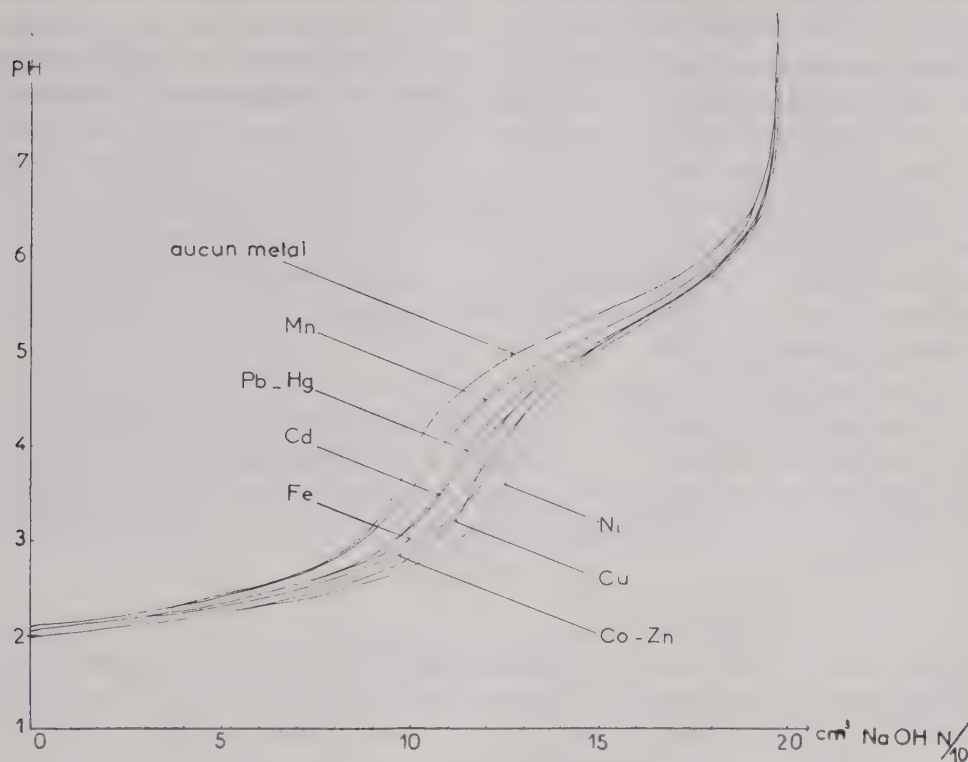
Nous avons déterminé les constantes de stabilité de certains chélates métalliques de l'acide picolique par potentiométrie, d'après la méthode de Bjerrum (¹) adaptée par Calvin et Wilson (²). Cette méthode comporte l'étude de la formation du chélate par mesure de la quantité d'ions H^+ formés au cours de la réaction



dans une solution contenant des quantités connues d'ion métallique, d'acide picolique et d'acide libre.

Les courbes reproduites sur la figure 1 correspondent à la titration par une solution de soude N/10, de solutions (100 ml) de concentration 10^{-3} M en ion métallique, 10^{-2} M en acide picolique, avec une acidité initiale 10^{-2} M en acide

nitrique. Plusieurs titrations ont été effectuées pour chaque cation, avec des concentrations initiales différentes en acide libre. Dans chaque cas, nous avons



calculé le nombre moyen de formation $\bar{n}$; la valeur de la constante de stabilité moyenne k_m a été déduite de la courbe de formation $\bar{n} = f(pA)$,

$$\log k_m = p(A) \quad \text{pour } \bar{n} = 1 \quad \text{et} \quad \log K = 2 \log k_m; \quad K = \frac{[MeA_2]}{[Me^{++}][A^-]^2}.$$

Nous avons calculé, d'après la pente au point milieu des courbes de formation, la valeur du facteur de dispersion x . Ce facteur, petit, est toujours inférieur à 2. Dans les cas où $x > 1$ nous avons pu calculer, selon Bjerrum, la constante de formation k_1 selon les deux méthodes, d'après la valeur de x et d'après la valeur de pA pour $\bar{n} = 1$. Les deux méthodes donnent, comme prévu, des résultats concordants. Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	Zn.	Co.	Fe.	Cd.	Pb.	Hg.	Mn.
$\log k_m$	4,63	4,60	4,23	4,10	4,07	4,02	3,15
$\log K$	9,26	9,20	8,46	8,20	8,14	8,04	6,30
x	0,30	0,05	0,25	1,5	1,94	1,56	1,5
$\log k_1$ (d'après x).....	4,42	3,60	3,93	4,58	4,66	4,51	3,63
$\log k_1$ (d'après $\bar{n}$).....	—	—	—	4,62	4,65	4,55	3,59
$\log k_2$	4,84	5,60	4,53	3,6	3,48	3,49	2,71

L'ordre de classement des picolates, dans le sens décroissant des stabilités, est le même que celui établi par Charles et Freiser ⁽³⁾ pour les chélates de l'o.aminophénol qui possède le même groupement chélatant que l'acide picolique : (Ni, Cu) Zn, Co, Pb.

Nous ne pouvons pas, avec cette méthode, donner de chiffre pour les picolates de cuivre et de nickel, dont les constantes de stabilité, voisines, sont les plus élevées parmi celles que nous avons déterminées : aux concentrations de réactifs utilisées, la quantité d'ions hydrogène libérés par la formation de ces chélates en milieu très acide, devient trop faible en comparaison de la quantité totale d'hydrogène; de plus, la constante de dissociation de l'acide picolique, relativement élevée, ne permet pas d'obtenir un domaine où des valeurs de pA suffisamment petites correspondraient à des nombres de formation également faibles.

Notons que pour le picolate de nickel, les résultats des courbes de titration et de formation nous conduiraient à admettre la fixation de 3 mol d'acide picolique par atome de nickel, par formation du complexe NiA_3^- .

Rappelons les valeurs que nous avons obtenues pour certains picolates métalliques par la méthode polarographique ⁽⁴⁾.

	Cu.	Cd.	Pb.
$\log K$	15,5	8,7	7,4

Nous avons, d'autre part, déterminé par une méthode spectrophotométrique les constantes de stabilité des picolates ferreux et cuivrique et nous avons obtenu : $\log K = 8,6$ pour le premier et 15,2 pour le deuxième.

(*) Séance du 20 février 1956.

⁽¹⁾ BJERRUM, *Metal Ammine Formation in Aqueous Solution*, P. Haase and Son, Copenhagen, 1941.

⁽²⁾ *J. Amer. Chem. Soc.*, **67**, 1945, p. 2003.

⁽³⁾ *J. Amer. Chem. Soc.*, **74**, 1952, p. 1385-1387.

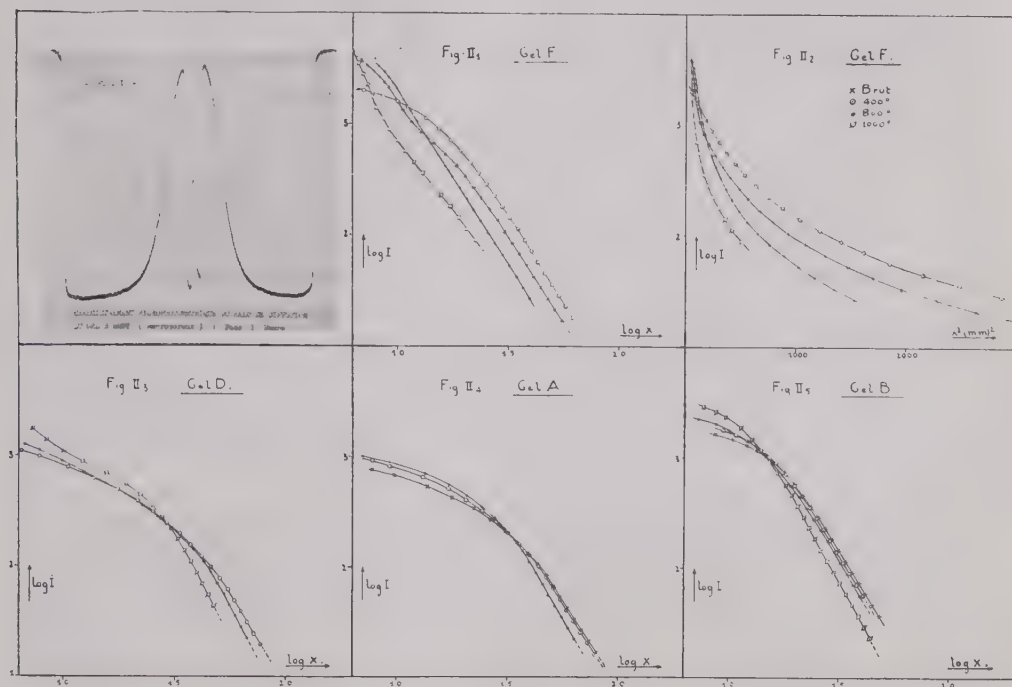
⁽⁴⁾ G. THOMAS et R. PARIS, *Bull. Soc. Chim.*, 1955, p. 320.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude par diffusion des rayons X aux petits angles de la structure micellaire de quelques gels de silice et de son évolution par pyrolyse*. Note de MM. **JACK BASTICK** et **RENÉ FAIVRE**, transmise par M. Charles Mauguin.

La surface micellaire de chaque gel, calculée à partir des données de rayons X en utilisant la théorie de Guinier, est du même ordre de grandeur et varie dans le même sens que celle que l'un d'entre nous (J. Bastick) a déterminée par adsorption d'azote.

« La technique expérimentale utilisée est très voisine de celle de A. Guinier ⁽¹⁾: monochromateur à quartz courbe isolant le rayonnement K_α du cuivre (35 kV, 5 mA); distance échantillon-film : 60 mm; lame de cuivre absorbant le faisceau

direct de 0,75 mm de largeur donnant un angle aveugle de 22' (dimensions maxima des micelles observables : 200 Å environ). Tout le montage est placé dans une cuve à vide sec. Des poses échelonnées entre 1/2 h et 8 h sont effectuées sur le même échantillon; le halo de diffusion est enregistré au microphotomètre (*fig. 1*) avec un grandissement de 16 environ; sur chaque courbe photométrique on ne retient que la région où la densité photographique est comprise entre 0,1 et 0,8. »



Les figures II-1 à II-5 condensent les résultats obtenus sur un gel en poudre impalpable F (densité apparente $d=0,10$), deux gels microporeux d'aspect vitreux A ($d=0,68$) et D ($d=0,72$) et un gel macroporeux opaque B ($d=0,46$). Ces gels ont été pris dans quatre états de déshydratation différents. Dans le cas du gel F, nous comparons les deux modes de représentation $\log I = F(\log \varepsilon)$ et $\log I = G(\varepsilon^2)$, I étant l'intensité, ε l'angle de diffusion. Les intensités mesurées sur les différents clichés ont été normalisées en utilisant l'invariant de Porod ⁽²⁾, ⁽³⁾.

Les positions relatives des courbes obtenues pour un même gel pris dans des états de déshydratation de plus en plus avancée représentent parfaitement la croissance des micelles au fur et à mesure que la température de pyrolyse s'élève. Seules les courbes du gel F brut et du même gel chauffé à 400° n'obéissent pas à cette règle parce que le gel brut en équilibre avec l'atmosphère a adsorbé environ 10 % d'eau qui soude plusieurs micelles en une seule

particule. Les mesures d'adsorption d'azote (tableau) confirment cette interprétation.

		Dimensions linéaires (Å).				
		Aire (m ² /g).		Rayons X		Adsorption
Gels.		Rayons X.	Adsorption.	R giration.	L (sphère)	(*). $\bar{D}$ (**).
F	Brut	210	187	50	130	
	400°	388	249	27	70	40
	800°	214	152	49	127	41
	1000°	118	< 1	89	~ 230	—
B	Brut	465	415	22,5	58	73
	400°	430	434	24	63	72
	800°	390	400	27	70	72
	1000°	328	194	32	83	66

(*) L, diamètre des particules supposées sphériques.

(**) $\bar{D}$, diamètre moyen des pores : $\bar{D} = 4V_p/A$, où V_p est le volume total des pores.

Nos courbes montrent en outre que le gel en poudre F est beaucoup plus sensible à l'action de la chaleur que les gels vitreux A et D et surtout que le gel opaque B, et que les gels A et D sont formés de micelles beaucoup plus fines que les gels B et F. Ces résultats sont en parfait accord avec les mesures d'adsorption.

Le tableau ci-contre montre qu'abstraction faite des gels chauffés à 1000°, le calcul des surfaces à partir des courbes de diffusion des rayons X [Guinier ⁽¹⁾, H. Brusset ⁽⁴⁾, ⁽⁵⁾] conduit à des résultats tout à fait comparables à ceux que l'on déduit des isothermes d'adsorption d'azote : même ordre de grandeur des valeurs absolues des surfaces, évolution identique lorsque la déshydratation progresse.

La comparaison des deux dernières colonnes du tableau nous conduit à penser que, même dans le cas d'un gel compact (gel B), ce seraient les micelles et non les pores qui seraient responsables de la diffusion des rayons X. Nous avons effectué des expériences d'adsorption d'iode analogues à celles d'Imelik B. et Carteret Y. ⁽⁶⁾. Leur interprétation est trop complexe pour que nous la présentions ici.

(1) *Ann. Phys.*, 12, 1939, p. 161.

(2) L. KAHOVEC, G. POROD et H. RUCK, *Kolloid Z.*, 133, n° 1, 1953, p. 16.

(3) G. POROD, *Kolloid Z.*, 124, 1951, p. 83 et 123, 1952, p. 51.

(4) *Bull. Soc. Chim.*, 16, 1949, p. 319.

(5) H. BRUSSET, B. LE RAT et M. MAKKI, *Ann. Chim.*, 9, 1954, p. 477.

(6) *Comptes rendus*, 231, 1950, p. 280.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude de l'effet électrovisqueux. Stabilité des sols et effet électrovisqueux.* Note de M. **JEAN-BAPTISTE DONNET**, présentée par M. Jacques Duclaux.

La stabilité d'un sol de particules colloïdales rigides et électriquement chargées a été beaucoup étudiée ces dernières années, et bien que ces travaux soient encore l'objet de controverses on peut considérer comme solide le point de vue ⁽¹⁾ selon lequel cette stabilité est assurée par les forces de répulsion dues aux interactions entre les doubles couches ioniques diffuses entourant les particules, forces de répulsion qui l'emportent sur les forces d'attraction entre particules aussi longtemps que le sol est stable.

Dans notre étude de l'effet électrovisqueux nous avons observé qu'au-delà d'une certaine concentration ionique totale (Σn_i) ou au-dessous d'une certaine valeur de la constante diélectrique (ε) du milieu dispersant il se manifeste une augmentation anormale de viscosité. Ce phénomène a été observé par d'autres auteurs ⁽²⁾ et il nous semble lié avec un phénomène dont la manifestation ultime est la floculation du sol qui apparaît si l'on continue à augmenter Σn_i ou à diminuer ε .

Nous avons calculé pour quelles valeurs de l'épaisseur de la double couche, approximée par le paramètre κ^{-1} calculé selon P. Debye et E. Hückel ⁽³⁾, apparaît dans nos expériences l'augmentation anormale de viscosité. Il est remarquable qu'aussi bien pour les expériences où l'on a fait varier ε en augmentant la température ou en ajoutant de l'alcool éthylique au milieu dispersant ⁽¹⁾ que pour les expériences où Σn_i varie par addition de chlorure de potassium ou d'acide chlorhydrique au sol électrodialysé ⁽⁵⁾ ou non ⁽⁶⁾, le relèvement de la viscosité a lieu pour κ^{-1} compris entre 0,7 et 0,9. 10^{-6} cm ce qui correspond sensiblement à la moitié du rayon moyen des particules de l'hydrosol de noir de carbone. Notons que dans ces expériences κ^{-1} a varié au total entre 0,1 et 2,6. 10^{-6} cm.

Seules nos expériences avec la potasse ⁽⁷⁾ font exception, l'allure de la courbe $K = f(\Sigma n_i)$ ne mettant pas en évidence une augmentation anormale de K , le sol demeurant d'ailleurs stable quelle que soit la concentration en potasse.

Les théories actuelles de la viscosité ne prévoient pas, du moins à notre connaissance, que la diminution de κ^{-1} entraîne une augmentation de K . Nous pensons qu'il pourrait s'agir du mécanisme suivant :

La diminution de κ^{-1} entraîne une diminution des forces de répulsion inter-particules et il y aurait un seuil au-delà duquel les particules venant au contact resteraient accolées sous l'influence des forces d'attraction. En l'absence d'écoulement, seule l'agitation thermique va contrebalancer cette aggrégation qui sera sans doute d'autant plus facile que κ^{-1} est plus petit.

Si une telle solution est placée dans un écoulement, les forces d'écoulement vont pouvoir détruire certains aggrégats et ce travail entraînera une augmentation de l'énergie dissipée qui sera d'autant plus grande que les aggrégats seront plus solidement retenus, c'est-à-dire que les forces d'attraction l'emporteront sur les forces de répulsion.

On conçoit ainsi que toute nouvelle diminution de α^{-1} au-dessous du seuil où commence ce phénomène entraîne une nouvelle augmentation de K ; à la limite lorsque α^{-1} sera assez petit pour que le nombre d'aggrégats formés dans un temps donné devienne très grand devant le nombre de ceux qui sont détruits il y aura floculation.

Si cette façon de voir est correcte la mesure de la viscosité d'un sol dans lequel commencent à se produire les phénomènes que nous venons de décrire doit permettre une évaluation des forces d'attraction entre particules, forces dont l'ordre de grandeur même est encore mal connu; notre point de vue fait également prévoir une influence du gradient de vitesse sur la viscosité d'un tel sol.

(¹) E. J. W. VERWEY et J. TH. G. OVERBECK, *Theory of the stability of hydrophobic colloids*, Elsevier Pub. Co. Amsterdam 1948; S. LEVINE, *Trans. Farad. Soc.*, **44**, 1948, p. 833; *Proc. Phys. Soc.*, **66 A**, 1953, p. 357 et 365; Y. IKEDA, *J. Phys. Soc. Japan*, **8**, 1953, p. 49.

(²) A. DOBRY, *J. Chim. Phys.*, **48**, 1951, p. 28.

(³) *Physik. Z.*, **24**, 1923, p. 185; **25**, 1924, p. 97.

(⁴) J. B. DONNET et P. MARGUIER, *Comptes rendus*, **237**, 1953, p. 1519.

(⁵) J. B. DONNET, P. MARGUIER et C. REITZER, *Comptes rendus*, **242**, 1956, p. 1024.

(⁶) P. MARGUIER et J. B. DONNET *Comptes rendus*, **239**, 1954, p. 1038.

(⁷) J. B. DONNET et P. MARGUIER, *Comptes rendus*, **242**, 1956, p. 771.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Mesure de l'anisotropie diamagnétique en haute fréquence.*

Note de MM. **JACQUES JOUSSOT-DUBIEN** et **BERNARD LEMANCEAU**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous avons décrit récemment un appareil de mesure de susceptibilité diamagnétique en haute fréquence (¹), (²). Nous en rappelons brièvement le principe : la fréquence d'un circuit oscillant self-capacité est déterminée par les valeurs de la self et de la capacité. Si l'on introduit dans la self, munie d'un écran électrique, un échantillon diamagnétique de perméabilité $\mu = 1 + 4\pi k$ (³), il en résulte une variation de fréquence proportionnelle à $K.k$, c'est-à-dire à $K.\chi$ (⁴).

En fait, à l'intérieur de la self, utilisée dans notre appareil, de longueur égale à deux fois son diamètre, les lignes de force du champ magnétique sont pratiquement parallèles à l'axe de la self. On mesure donc une susceptibilité

très voisine de la susceptibilité dans la direction de l'axe. C'est effectivement la susceptibilité dans le cas des liquides ou des solides pulvérisés, magnétiquement isotropes. C'est encore la susceptibilité moyenne dans le cas des solides anisotropes, à condition toutefois qu'ils soient finement pulvérisés, comme nous le montrerons, par exemple, dans le cas du naphthalène.

En effet, on est amené à tasser au maximum dans le tube de mesure les poudres à étudier afin de rendre maximum le coefficient de remplissage et par là d'obtenir le résultat avec la meilleure précision. La densité apparente, rapport de la masse de substance au volume apparent occupé dans le tube, est le critère de tassage.

Le tableau I donne la susceptibilité du naphthalène pour différents états de pulvérisation et pour une densité apparente voisine de 0,5.

État des cristaux.	Paillettes		
	non pulvérisés.	grossièrement pulvérisés.	Finement pulvérisés.
$\chi \cdot 10^6$	— 0,590	— 0,638	— 0,715

La dernière valeur est en bon accord avec les données de la littérature : $\bar{\chi} = -0,717 \cdot 10^{-6}$. La poudre est alors isotrope.

Le tableau II montre la variation de susceptibilité du naphthalène en fonction du tassage pour des cristaux obtenus par sublimation et grossièrement pulvérisés

TABLEAU II.					
ρ_{app}	0,233.	0,235.	0,371.	0,690.	0,720.
$\chi \cdot 10^6$	— 0,707	— 0,706	— 0,675	— 0,635	— 0,630

De ces résultats on conclut que le tassage a pour conséquence l'empilement des paillettes de naphthalène, les faces bien développées 001 s'orientant parallèlement et d'autant mieux que les particules sont plus grosses. On calcule en effet que les susceptibilités doivent passer de $-0,717 \cdot 10^{-6}$, pour un désordre parfait, à $-0,520 \cdot 10^{-6}$, pour un empilement parfait. Nos résultats sont bien compris entre ces deux valeurs.

En plaçant l'échantillon au centre d'une self longue, là où les lignes de force restent parallèles à l'axe, il est donc possible de mesurer la susceptibilité d'un échantillon anisotrope selon la direction du champ.

Mais alors le coefficient de remplissage est trop petit pour que la mesure soit précise. Nous avons été amenés à calculer une self telle que le coefficient de remplissage soit suffisamment grand dans la région de la self où le champ est uniforme. Après une étude théorique de la variation de self-induction en fonction du volume occupé par la substance et des caractéristiques géométriques de la self, nous avons construit une self à pas décroissant hyperboliquement

à partir du centre, et de longueur égale au diamètre (2 cm). L'exploration de cette self à l'aide d'un disque paramagnétique de 2 mm d'épaisseur et 11 mm de diamètre a montré que le champ était uniforme à mieux que 1 % dans un volume de 1 cm³.

L'appareil a été étalonné à l'aide d'un cylindre monocristallin de sel gemme de 11 mm de diamètre et de 11 mm de hauteur. Le cylindre était suspendu à une mince tige de verre collée axialement à une de ses faces planes. La manipulation s'effectue comme pour un échantillon en tube, en soulevant la tige de verre de façon que le cristal sorte nettement du champ de la self. La susceptibilité de référence du sel gemme a été prise égale à $-0,518 \cdot 10^{-6}$. Nous avons alors pu mesurer les susceptibilités principales d'un monocristal de spath :

$$\chi_{M I} = 33,6,$$

$$\chi_{M II} = 37,8.$$

$$\Delta\chi_M = 4,2,$$

$$\Delta\chi_{M III} = 4,22 \quad (^3).$$

Cette nouvelle méthode permet donc de mesurer directement la susceptibilité d'un monocristal selon une direction donnée quelconque, en particulier les susceptibilités principales d'un cristal. Ces résultats étant obtenus indépendamment de la moyenne, la mesure de cette dernière constitue une vérification. En outre, les mesures peuvent être faites sur un échantillon de forme quelconque, car il n'y a pas d'anisotropie de forme.

Nous avons appliqué cette méthode à la mesure des susceptibilités principales du benzène, comme il sera décrit dans une prochaine publication.

(¹) A. PACAULT, B. LEMANCEAU et J. JOUSSOT-DUBIEN, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 1156.

(²) J. JOUSSOT-DUBIEN, B. LEMANCEAU et A. PACAULT, *J. Chim. Phys.*, 54, 1956, p. 198-205.

(³) K, susceptibilité par unité de volume.

(⁴) χ , susceptibilité spécifique; $k = \chi\rho$; ρ , masse spécifique; K, coefficient de remplissage, fonction du volume et de la position de la substance dans la self.

(⁵) C. V. RAMAN et K. S. KRISHNIN, *Proc. Roy. Soc.*, 113, 1927.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur l'existence d'une déformation plastique du fer au cours de la transformation $\alpha \leftrightarrow \gamma$* . Note de M. **PIERRE LEHR**, présentée par M. Georges Chaudron.

L'auteur a interprété l'irréversibilité des courbes dilatométriques du fer par l'existence d'une déformation plastique, au cours de la transformation.

Dans une Note précédente (¹), concernant le comportement dilatométrique du fer pur, nous avons signalé que la variation de longueur liée à la transformation $\alpha \leftrightarrow \gamma$ était rarement la même au chauffage et au refroidissement : les

courbes dilatométriques sont ainsi irréversibles et difficilement reproductibles, la variation relative de longueur $\Delta l/l$ est comprise, pour un même échantillon, entre 0,05 et 1 % (*fig. 1 b, 1 c, 1 d*). D'après les déterminations les plus récentes des paramètres du fer par rayons X ⁽²⁾, la valeur théorique de $\Delta l/l$ serait de $3,54 \cdot 10^{-3}$, ce qui correspondrait à une variation relative de volume $\Delta v/v$ à la transformation de l'ordre de 1 % [*voir également* ⁽³⁾], valeur en accord avec les mesures volumétriques de A.H. Smith et F.C. Thompson ⁽⁴⁾. Nous attribuons cette irréversibilité, également constatée par d'autres auteurs ⁽⁵⁾, ⁽⁶⁾ à l'existence d'une déformation plastique du fer pendant la transformation allotropique. Celle-ci, s'accompagnant d'une variation de volume, la formation d'un germe de la nouvelle phase entraîne obligatoirement l'apparition d'efforts mécaniques. En supposant des déformations purement élastiques, un germe α , sphérique, serait soumis de la part de son entourage, au moment de sa formation, à une pression hydrostatique $p = 1/3 E \Delta v/v$ ⁽⁷⁾, E étant la moyenne arithmétique des modules de Young des phases α et γ à 900°, E étant égal à 11 500 kg/mm² d'après W. Köster ⁽⁸⁾. En adoptant pour $\Delta v/v$ la valeur de 1 %, cette pression serait de 38 kg/mm², valeur nettement supérieure à la limite élastique du fer. Les efforts seraient par suite relâchés partiellement par déformation plastique des deux phases en présence.

Le passage du point de transformation A_3 s'accompagne toujours d'une déformation macroscopique des éprouvettes dilatométriques, en particulier d'un flambement, ainsi que d'un effet superficiel de relief visible sur les faces initialement dressées par polissage. L'aspect micrographique est identique à celui d'un métal ayant subi un fluage à chaud, révélant ainsi la formation de lignes de glissement, la migration des joints de grains, l'apparition de sous-grains, etc.

Dans le cas de la formation d'un nombre élevé de germes α à la transformation $\gamma \rightarrow \alpha$, ce qui nécessite en particulier l'absence de tout gradient de température, les effets des déformations locales dans le voisinage de chacun des germes doivent se compenser statistiquement. Il ne peut donc se produire aucune variation notable des dimensions de l'éprouvette. Les courbes dilatométriques doivent être sensiblement réversibles : la meilleure réversibilité est ainsi obtenue pour le fer le moins pur utilisé : fer Armco (*fig. 1 a*). Les deux phases sont d'autre part à grains relativement fins et par suite présentent des plasticités faibles.

S'il existe au contraire un gradient longitudinal le long de l'éprouvette, gradient volontairement créé ou inhérent au four, la formation de la nouvelle phase α se fait dans les zones à plus basse température et se développe avec un front de croissance, assimilable en première approximation à un plan perpendiculaire à la direction du gradient. Les deux phases doivent en fait présenter dans le plan de cet interface la même section par suite des forces de cohésion

bui les relie, et qui s'opposent à la variation de section liée à la transformation. Ce résultat ne peut être atteint que par déformation plastique des deux phases.

Ainsi, si la transformation $\gamma \rightarrow \alpha$ se fait par déplacement lent de l'éprouvette dans un four présentant un gradient de température longitudinal, le front de croissance de la phase α se déplace d'une manière très régulière et pour un fer de pureté suffisante celle-ci est constituée de très gros cristaux allongés dans le sens du gradient ou éventuellement d'un seul cristal (⁹). On peut admettre

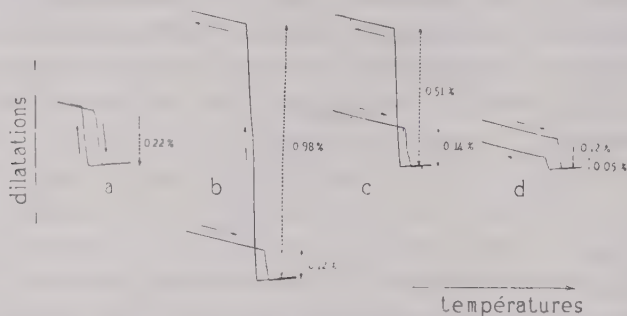


Fig. 1. — Courbes dilatométriques différentielles.

a, fer industriel « Armco »; *b*, *c*, *d*, « Armco » purifié sous hydrogène; *b*, phase α après transformation monocristalline; *c*, phase α à gros cristaux, gradient longitudinal (3°/cm); *d*, phase α à grains fins après transformation.

que la phase α monocristalline présentera une limite élastique plus faible que celle de la phase γ polycristalline et se déformera par suite d'une manière prépondérante. Sa section sera donc inférieure à la valeur théorique et cette déformation plastique sera compensée par un allongement dans la direction perpendiculaire à l'interface. En dilatométrie, dans ces conditions, l'amplitude de la transformation $\gamma \rightarrow \alpha$ est toujours très importante et peut atteindre 1 % (fig. 1 *b*).

D'une manière générale, l'existence dans un four d'un gradient de température longitudinal (2 à 5° cm) confère à un fer suffisamment pur, pour des vitesses de refroidissement lentes une structure α à grains relativement gros et allongés dans le sens du gradient. La variation de longueur au refroidissement est toujours supérieure dans ce cas à la dilatation théorique (fig. 1 *c*). Des cycles répétés sur une même éprouvette entraînent un allongement systématique (fig. 2) qui cesse dès que l'on supprime tout gradient de température.

On peut également obtenir une inversion du sens de la déformation (fig. 1 *d*): cycle dilatométrique effectué sur la même éprouvette que celle de la figure 1 *c*. Le grain α ayant été fractionné par trempe de γ , au cours des cycles dilatométriques ultérieurs, la contraction au chauffage est supérieure à la dilatation au refroidissement et toutes deux inférieures à la valeur théorique.

Nous avons constaté également une telle déformation plastique, prévisible d'ailleurs pour d'autres métaux, dans le cas des transformations allotropiques de l'uranium ⁽¹⁰⁾. D'autre part, le relâchement des efforts dans la phase crée

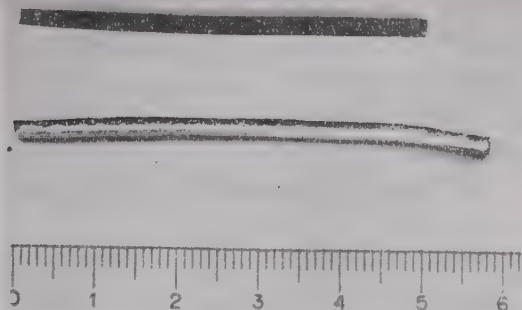


Fig. 2. — Éprouvette de fer « Armco » purifié sous hydrogène.
Allongement de 18 % en 60 cycles autour de A_2 (état initial et final).

des désorientations au sein de chaque grain et entraîne l'apparition de la polygonisation, observable dans toutes les structures provenant de la transformation des phases supérieures, aussi bien dans le cas du fer que dans le cas de l'uranium ⁽⁹⁾, ⁽¹¹⁾.

⁽¹⁾ *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 632.

⁽²⁾ Z. S. BASINSKI, W. HUME ROTHERY et A. L. SUTTON, *Proc. Roy. Soc.*, 229 (A), 1955, p. 459.

⁽³⁾ H. ESSER et G. MÜLLER, *Archiv. für Eisenhüttenwesen*, 7, 1933, p. 265.

⁽⁴⁾ *J. Iron and Steel Inst.*, 171, 1952, p. 38.

⁽⁵⁾ AUSTIN et PIERCE, *Trans. A. S. M.*, 22, 1934, p. 447.

⁽⁶⁾ C. WELLS, R. A. ACKLEY et R. F. MEHL, *Trans. A. S. M.*, 24, 1936, p. 46.

⁽⁷⁾ E. HOUDREMONT et OTTO KRIEMENT, *Archiv. für Eisenhüttenwesen*, février 1953, p. 53.

⁽⁸⁾ *Archiv. Eisenhüttenwesen*, 14, 1940-1941, p. 271.

⁽⁹⁾ P. LEHR, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1045.

⁽¹⁰⁾ M. PRUNA, P. LEHR et G. CHAUDRON, *Rev. Métallurgie*, 9, 1954, p. 591.

⁽¹¹⁾ J. MONTUELLE, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 204.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Mise en évidence par autoradiographie de l'autodiffusion préférentielle du fer dans les joints de grains en phase α .*
Note (*) de MM. CLAUDE LEYMONIE et PAUL LACOMBE, présentée par M. Georges Chaudron.

Les études d'autodiffusion de ces dernières années ont fourni pour les coefficients de diffusion et les énergies d'activation des valeurs très dispersées ⁽¹⁾, ⁽²⁾. Cette dispersion peut être attribuée au fait que les diffé-

rents auteurs ont minimisé la possibilité d'une autodiffusion intergranulaire, d'autant plus importante vis-à-vis de la diffusion en volume que la température est plus basse. R. E. Hoffman et D. Turnbull ⁽³⁾ ont été les premiers à fournir une preuve directe par autoradiographie de l'autodiffusion intergranulaire dans l'argent; ce résultat confirmait les observations faites par comptage et interprétation mathématique à l'aide de la théorie de J. C. Fisher ⁽⁴⁾.

L'un de nous ayant émis l'hypothèse que l'autodiffusion intergranulaire jouait un rôle essentiel dans le frittage du fer carbonyle ⁽⁵⁾, nous avons voulu apporter une preuve directe de son existence dans le cas du fer α .

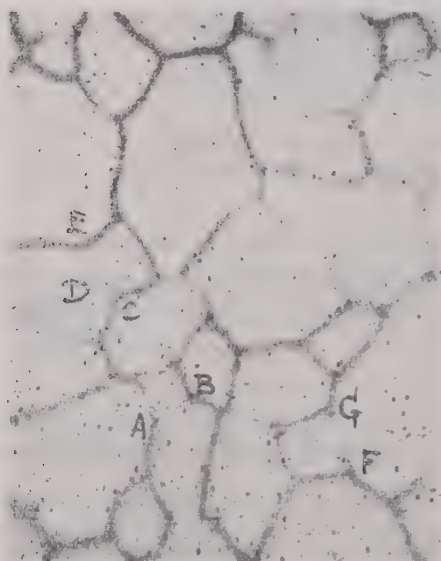


Fig. 1.

Fig. 1. — Autoradiographie d'un échantillon de fer Armeo après traitement d'autodiffusion à 725°C et abrasion électrolytique de 20 μ . $G = 35$.

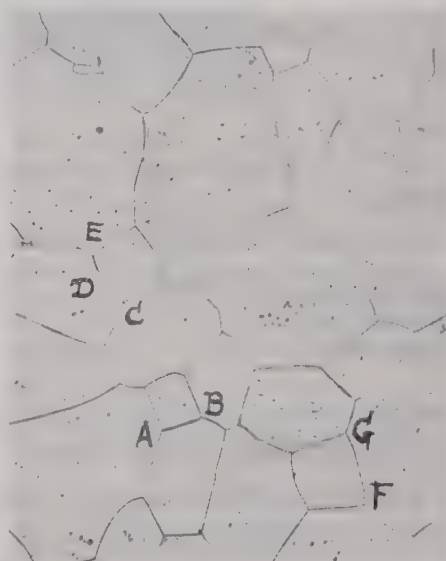


Fig. 2.

Fig. 2. — Micrographie de la même plage. Les joints AB et EG n'apparaissent pas sur l'autoradiographie. Le joint CE, dont l'orientation varie brusquement en D, n'est marqué sur l'autoradiographie que sur le segment CD. $G = 35$.

Dans ce but, nous avons mis à profit l'aptitude du fer doux ⁽⁶⁾ à donner par recristallisation secondaire ⁽⁷⁾ des gros grains occupant toute l'épaisseur d'une tôle de 0,5 mm: les contours sont donc stabilisés et perpendiculaires à la surface de la tôle. Celle-ci, après polissage électrolytique est recouverte de fer radioactif par électrolyse sous 0,2 A/cm² d'une solution saturée d'oxalate d'ammonium contenant 0,5 mg de fer radioactif par litre ⁽²⁾. Le fer ajouté à l'oxalate est fourni sous la forme d'une solution de Cl₃Fe contenant 27 μ gFe³⁺/cm³. L'isotope ⁵⁵Fe (émetteur X) s'y trouve avec une activité de 11 μ c/cm³, l'isotope ⁵⁹Fe (émetteur β et γ) avec une activité

de $4,8 \mu\text{e}/\text{cm}^3$. L'échantillon est ensuite recuit sous hydrogène à 725°C pendant 114 h. On élimine le dépôt et le métal sous-jacent par polissage électrolytique sur une épaisseur d'environ 20μ . Une autoradiographie est alors réalisée par contact de la surface polie avec une émulsion à gros grains pendant 6 jours.

L'autoradiographie obtenue (*fig. 1*) montre une autodiffusion marquée du fer radioactif dans les joints de grains. La micrographie de la même plage (*fig. 2*) confirme que l'autodiffusion intergranulaire prédomine à 725°C . Cependant, la comparaison des deux images montre que l'autodiffusion n'a pas progressé avec la même vitesse dans tous les joints de grains. Ainsi, les contours AB et FG, visibles sur la figure 2, n'apparaissent pas sur l'autoradiographie, en raison de l'orientation relative particulière des deux cristaux contigus. De plus, le joint CE n'apparaît pas sur toute sa longueur sur l'autoradiographie, en raison d'un changement brutal d'orientation du contour CE au point D.

Ces résultats fournissent une nouvelle preuve directe de la prépondérance de l'autodiffusion intergranulaire à basse température. Ils sont à rapprocher des résultats de B. Okkerse, T. J. Tiedema et W. G. Burgers ⁽⁹⁾ sur le plomb, de C. W. Haynes et R. Smoluchowski ⁽⁸⁾ sur l'autodiffusion du fer dans les ferrosiliciums. Ces auteurs ont insisté sur l'influence de la structure du joint de grain sur la vitesse d'autodiffusion.

Nous nous proposons d'étudier par la méthode autoradiographique la structure plus ou moins lacunaire de différents fers.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) C. E. BIRCHENALL et R. F. MEHL, *Trans. A. I. M. E.*, 188, 1950, p. 1374.

(²) F. S. BUFFINGTON, I. D. BAKALAR et M. COHEN in *The Physics of Powder Metallurgy*, Mc Graw Hill, New-York, 1951, p. 92-108.

(³) *J. Appl. Phys.*, 22, 1951, p. 634; 22, 1951, p. 984.

(⁴) *J. Appl. Phys.*, 22, 1951, p. 74.

(⁵) G. CIZERON et P. LACOMBE, *Rev. Mét.*, 52, 1955, p. 771.

(⁶) Il s'agit d'un fer doux type Armco dont la composition avant traitement prolongé dans l'hydrogène purifié était la suivante : C, 0,03 % ; Mn, 0,027 % ; S, 0,043 % ; P, 0,01 % ; Al_{met} , 0,005 % ; Al_2O_3 , 0,002 % ; N, 0,005 % ; Ni, 0,008 % ; Cu, 0,16 %.

(⁷) P. COULOMB et P. LACOMBE, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 494.

(⁸) *Acta Met.*, 3, 1955, p. 130.

(⁹) *Acta Met.*, 3, 1955, p. 300.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Sur une nouvelle méthode d'examen micrographique de la structure du fer carbonyle fritté*. Note (*) de M. **GEORGES CIZERON** et M^{me} **JACQUELINE SLOBODANKA-MITITCH**, présentée par M. Georges Chaudron.

L'examen micrographique de la structure du fer carbonyle fritté est améliorée de façon notable par la formation de couches épitaxiales sous pression normale d'oxygène. La méthode a été appliquée en particulier aux structures résultant d'un traitement en phase α ou en phase γ .

L'examen micrographique de la structure des « frittés » métalliques se heurte à de grosses difficultés dues à leur porosité même. Celle-ci exclut les méthodes de polissage électrolytique qui ont tendance à exagérer la dimension des pores. La méthode classique de polissage mécanique au contraire a tendance à minimiser l'importance des pores par « bourrage » de ceux-ci par du métal ou par les produits d'abrasion. L'attaque micrographique elle-même est très délicate en raison de la pénétration du réactif dans les pores qui exsude ultérieurement malgré toutes les précautions prises pour le séchage des échantillons.

Nous avons mis au point une nouvelle méthode conjuguée d'attaque thermique et de formation de couches épitaxiales d'oxyde qui améliore considérablement l'examen micrographique des « frittés », quelle que soit leur porosité.

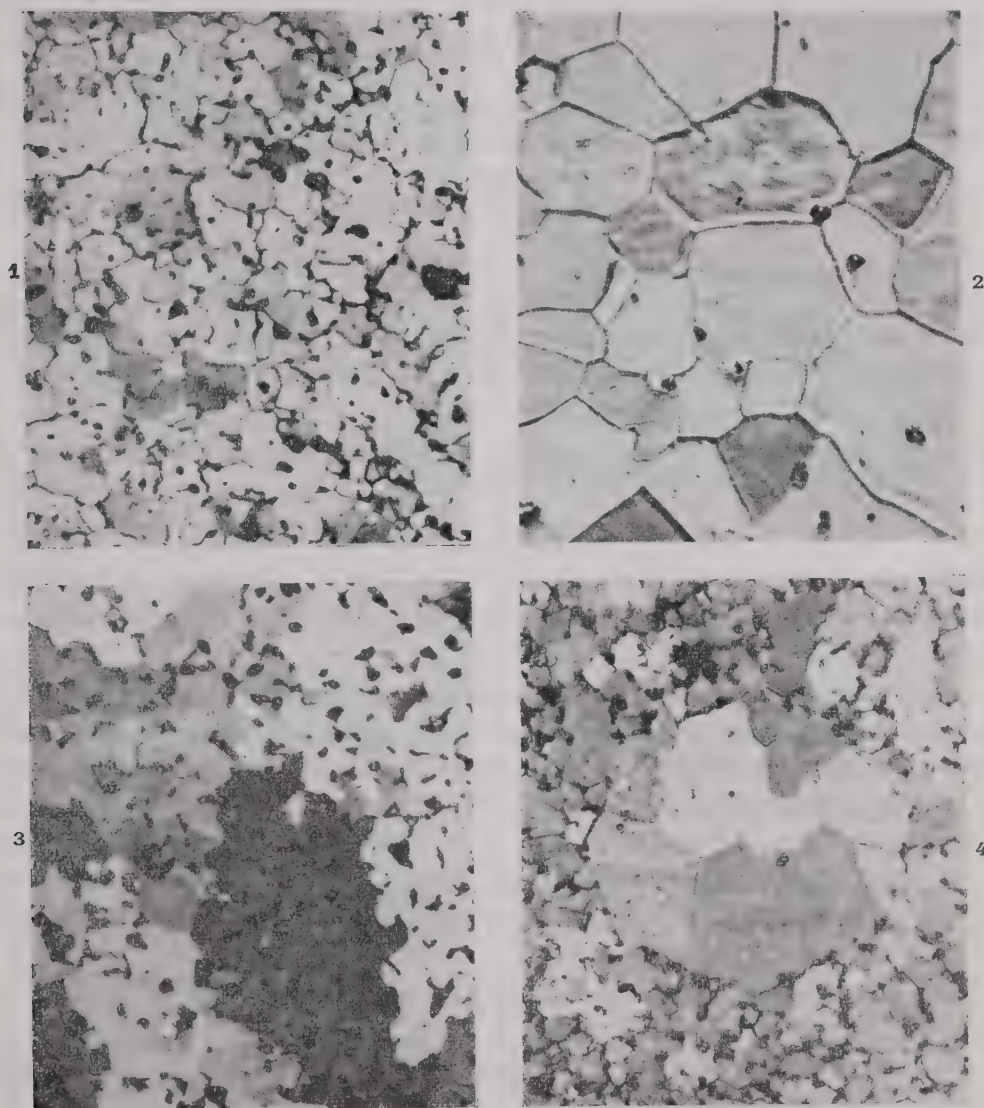
Elle consiste dans un premier stade à éliminer la couche de métal écroui dû à un polissage mécanique classique ⁽¹⁾ par un traitement de recuit sous hydrogène sec de 1 h à 800°. Ce traitement relativement court suffit pour « restaurer » la couche écrouie sans pour autant modifier la grosseur de grain du métal initial. En outre, ce traitement provoque un nivellement de la surface des grains avec élimination des dernières raies de polissage et également une attaque thermique des joints de grains qui suffit déjà pour révéler la structure du « fritté ».

L'élimination de la couche écrouie par recuit sous H_2 permet dans un second stade de former une couche d'oxyde épitaxiale ⁽²⁾ par recuit de 5 à 15 mn sous oxygène pur à 300°. La formation de couches d'oxyde à teintes d'interférence permet une interprétation beaucoup plus aisée de la répartition des pores dans les contours des grains ou dans le volume des cristaux. Cette répartition est importante pour confirmer l'hypothèse des mécanismes de diffusion en volume ou aux joints des grains des pores ⁽³⁾.

Les figures 1 et 2 montrent deux exemples de structures de fer carbonyle fritté traités en phase α pendant des durées variables. Elles montrent clairement la diminution du nombre total des pores, le grossissement du grain et l'orientation relative très variable des cristaux dont les contours sont parfaitement réguliers. Au contraire, la figure 3 montre la structure très différente d'un « fritté » qui a subi un chauffage passager en phase γ suivi d'un retour en phase α . On observe apparemment un grossissement considérable du grain conformément aux résultats antérieurs obtenus par rayons X ⁽⁴⁾. En réalité la couche d'oxyde épitaxiale formée sur chaque gros grain présente de très légères différences de teintes, suggérant que le cristal est en fait constitué d'un agrégat de sous-grains très légèrement désorientés.

La figure 4 montre enfin un exemple caractéristique d'un « noyau » de grains recristallisés de densité voisine de celle du métal compact au cours

d'un frittage en phase α . La formation de ces « noyaux » préparatoire à la densification complète du « fritté », s'effectue par éjection des pores à la périphérie du « noyau »; ils forment ainsi un film presque continu de porosités



Fer carbonyle comprimé à 3T/cm^2 et fritté sous hydrogène :

Fig. 1. — 1 h à 890°C . $G = 450$.

Fig. 2. — 60 h à 890°C . $G = 500$.

Fig. 3. — Porté à 930°C et refroidi lentement. $G = 500$.

Fig. 4. — 60 h à 630°C . $G = 500$.

autour du noyau. Cette observation confirme la possibilité d'éliminer les pores d'un « fritté » par leur cheminement le long des contours de grains

L'examen microradiographique d'une coupe de métal fritté (de 50 μ d'épaisseur) montre également une plus grande densité des pores à la périphérie du « noyau » recristallisé ⁽⁵⁾.

(*) Séance du 20-février 1956.

(¹) J. BÉNARD, P. LACOMBE et G. CHAUDRON, *Journées des États de surface*, 23-26 octobre 1945, p. 73.

(²) J. BARDOLLE et J. BÉNARD, *Revue de Métallurgie*, 49, 1952, p. 613.

(³) G. CIZERON et P. LACOMBE, *Revue de Métallurgie*, 52, 1955, p. 771.

(⁴) G. CIZERON et P. LACOMBE, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 409.

(⁵) G. CIZERON, *Métaux et corrosion*, 344, 1954, p. 167.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Procédé thermodynamique de prévision de l'azéotropisme en système binaire*. Note de M. LOUIS KAISER, présentée par M. Paul Pascal.

Le principe d'une méthode de prévision de l'azéotropisme applicable dans les limites de validité des relations de base utilisées est présenté.

Une prévision purement thermodynamique de l'azéotropisme binaire nécessite la connaissance d'une équation d'état fonction de données thermodynamiques caractéristiques des constituants du mélange qui figureraient dans des tables de constantes.

Les relations de Van Laar, de Margules ou de Scatchard et Hamer comportent des paramètres qui ne sont accessibles qu'à partir de données expérimentales. De telles relations ne permettent une prévision de l'azéotropisme qu'après une étude préalable du système.

Nous appellerons :

γ_1 , le coefficient d'activité du corps I dans la phase liquide ;

p_1^0 , la tension maximum de vapeur du corps I, pris à l'état pur ;

P, la pression totale du mélange ;

Θ_1^0 , le point d'ébullition du corps I pur ($^{\circ}\text{K}$) sous la pression P ;

Θ , la température absolue d'équilibre ;

L_1^0 , la chaleur latente de vaporisation du corps I pur ;

S_1^0 , l'entropie de vaporisation du corps I pur ;

R, la constante des gaz parfaits (1 mol/g) ;

L, étant le symbole des logarithmes népériens.

L'expression des coefficients d'activité relatifs aux constituants d'un mélange binaire a été établie ⁽¹⁾, pour un état équititre d'équilibre sous une pression donnée P :

$$(1) \quad L\gamma_1 = \frac{L_1^0}{R} \left(\frac{1}{\Theta} - \frac{1}{\Theta_1^0} \right), \quad L\gamma_2 = \frac{L_2^0}{R} \left(\frac{1}{\Theta} - \frac{1}{\Theta_2^0} \right),$$

ceci suppose L_1^0 , L_2^0 constants dans les intervalles de température $\Theta - \Theta_1^0$ et $\Theta - \Theta_2^0$ ainsi que l'idéalité de la phase vapeur, la pression totale P étant constante.

On déduit immédiatement de la loi de Dalton qu'au point azéotropique :

$$(2) \quad P = \gamma_1 p_1^0 = \gamma_2 p_2^0,$$

système d'équations supposant l'idéalité de la phase vapeur. Les relations (1), compte tenu de (2), conduisent à l'expression

$$(3) \quad L \frac{p_2^0}{p_1^0} = \frac{L_1^0 - L_2^0}{R\Theta} + \tau,$$

en posant $\tau = (1/R)[(L_2^0/\Theta_2^0) - (L_1^0/\Theta_1^0)]$, terme qui nous permet d'expliciter le rôle joué par l'écart à la règle de Trouton correspondant à $\tau = 0$.

C'est sur cette relation (3) que repose le procédé présenté.

Le seul terme indéterminé est la température azéotropique Θ . Le rapport p_2^0/p_1^0 correspond à la température azéotropique (inconnue), mais on peut connaître d'une façon simple sa variation avec la température, à partir des tables de constantes. La forme γ_1, γ_2 ne conduisait à ce résultat qu'en faisant appel à la détermination expérimentale.

Pratiquement, la méthode revient à résoudre graphiquement l'équation

$$(3') \quad L \frac{p_2^0}{p_1^0} = \frac{L_1^0 - L_2^0}{R\Theta} - \frac{1}{R} (S_1^0 - S_2^0).$$

Le premier membre se représente aisément en fonction de Θ : c'est pratiquement une droite (trois points suffisent). Le second membre est l'équation d'une hyperbole qui, dans l'intervalle de température considéré, présente une variation linéaire. Si les deux courbes se coupent, on est en présence d'un azéotrope. Le point d'intersection a pour abscisse la température azéotropique.

Nous avons vérifié la relation (3'), en posant

$$y = L \frac{p_2^0}{p_1^0} \quad \text{et} \quad x = \frac{L_1^0 - L_2^0}{R\Theta} - \frac{1}{R} (S_1^0 - S_2^0).$$

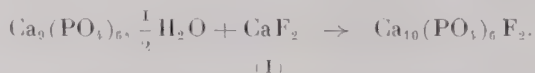
Le tableau suivant montre avec quelle précision les points représentatifs se placent sur la droite $y = x$, pour les mélanges envisagés.

Système étudié.	x (calculé).	y (calculé).
Éthanol-Pentane N.	1,9137	1,8180
Éthanol-Hexane	0,4788	0,4745
Éthanol-Heptane	-0,5880	-0,5305
Éthanol-Benzène	0,0323	0,0301
Benzène-Méthanol	0,4223	0,4402

(¹) I. PRIGOGINE et R. DEFAY, *Thermodynamique*, H. Dunod, Paris, 1946.

CHIMIE MINÉRALE. — *Réactions du fluorure de sodium dissous sur le phosphate tricalcique hydraté et l'hydroxyapatite précipitée*. Note (*) de M. GÉRARD MONTEL, présentée par M. Georges Chaudron.

Nous avons montré que le phosphate tricalcique hydraté gélatineux formait, par réaction avec le fluorure de calcium en suspension dans l'eau, une fluorapatite ⁽¹⁾ : on observe alors une addition entre les deux composés :

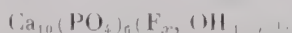


Nous étudions dans cette Note l'action de ce même phosphate sur le fluorure de sodium dissous, à la température ordinaire.

Nous avons agité pendant 10 jours environ, à l'abri de l'air, des suspensions de phosphate tricalcique hydraté (2 g) dans des solutions de fluorure de sodium de concentrations différentes. Les solutions utilisées, exemptes de gaz carbonique, contenaient entre 0,05 et 0,2 g de fluorure dans 200 cm³ d'eau distillée. Nous avons obtenu des apatites mixtes fluor-hydroxylées.

La teneur en sodium des précipités obtenus a été déterminée à l'aide du sodium radioactif utilisé comme traceur : elle est de l'ordre de 0,2 %, c'est-à-dire très inférieure à celle qui correspondrait à la formation d'un composé d'addition.

Le précipité contient, par contre, jusqu'à 2 % de fluor. Cet élément entre dans la composition d'une apatite mixte fluor-hydroxylée :

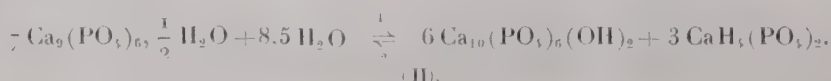


et x croît avec la concentration de la solution fluorée : nous avons obtenu des valeurs de x comprises entre 0,3 et 0,6.

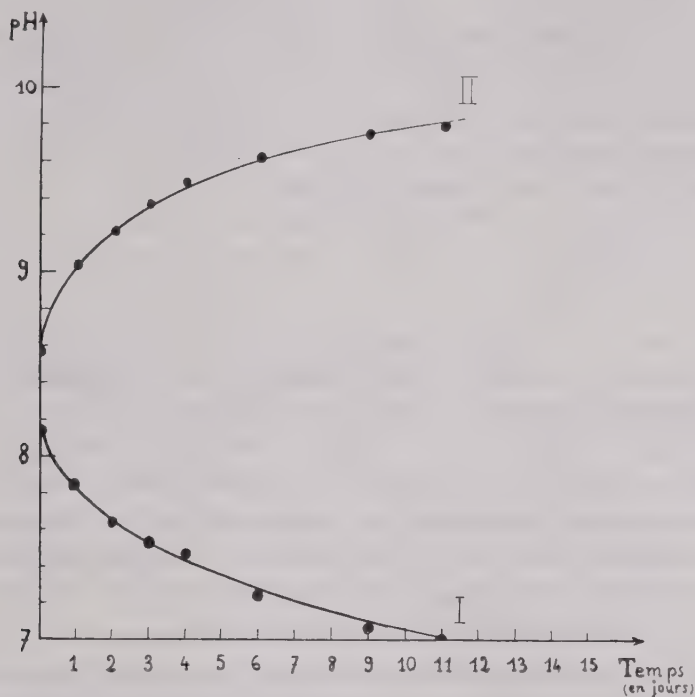
La détermination des paramètres cristallins des apatites obtenues permet de confirmer les résultats des analyses : les paramètres a de ces apatites restent en effet voisins de celui d'une apatite mixte où $x = 0,5$, soit $a = 9,38 \text{ \AA}$ ⁽²⁾.

Nous avons suivi les réactions par la mesure des pH des solutions au cours de l'agitation : les courbes obtenues mettent en évidence la formation d'un composé acide quand la concentration initiale en fluorure est faible (courbe I). On obtient au contraire une solution plus basique quand la concentration initiale en fluorure est plus élevée (courbe II). L'analyse des solutions montre qu'il se forme du phosphate monosodique dans le premier cas, et un composé voisin du phosphate disodique dans le second cas.

On interprète ces résultats en considérant l'hydrolyse du phosphate tricalcique hydraté, signalée par de nombreux auteurs ⁽³⁾, ⁽⁴⁾, ⁽⁵⁾ :



On admet que cette hydrolyse donne naissance à du phosphate bicalcique. Mais nous avons montré ⁽¹⁾ que ce dernier s'hydrolyse complètement en présence de fluorure de sodium : il n'est donc pas possible de l'observer dans nos essais.



Courbe I. — Agitation de 2 g de phosphate tricalcique dans 200 cm³ de solution contenant 0,05 g de FNa.
 Courbe II. — Agitation de 2 g de phosphate tricalcique dans 200 cm³ de solution contenant 0,2 g de FNa.

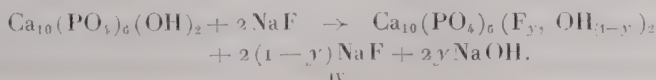
Nos observations sont comparables à celles que nous avons faites en étudiant l'hydrolyse du phosphate bicalcique hydraté ⁽¹⁾, ⁽⁶⁾ : elles permettaient de caractériser une réaction équilibrée. Nous admettons, pour les mêmes raisons, que la réaction (II) est équilibrée : elle évolue dans le sens 1 quand on élimine le phosphate monocalcique. Celui-ci réagit en effet avec le fluorure de sodium suivant l'équation (III).



Le fluorure de calcium formé se fixe sur le phosphate tricalcique hydraté qui n'a pas encore été hydrolysé [réaction (I)].

Mais l'hydroxyapatite obtenue peut également réagir avec le fluorure de sodium ⁽⁷⁾, ⁽⁸⁾.

Nous avons observé une réaction d'échange partielle :



Le taux d'échange γ croît avec la concentration de la solution fluorée, jusqu'à 0,2 environ.

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) MONTEL et CHAUDRON, *Comptes rendus*, 234, 1952, p. 839.

(2) WALLAËYS, *Thèse*, Paris, juin 1951.

(3) WARRINGTON, *J. Chem. Soc.*, 19, 1866, p. 296 et 26, 1876, p. 983.

(4) LORAH, TARTAR et WOOD, *J. Amer. Chem. Soc.*, 51, 1929, p. 1097.

(5) SANFOURCHE et HENRY, *Bull. Soc. Chim.*, 33, 1933, p. 1215.

(6) MONTEL, *Bull. Soc. Chim.*, 1953, p. 501.

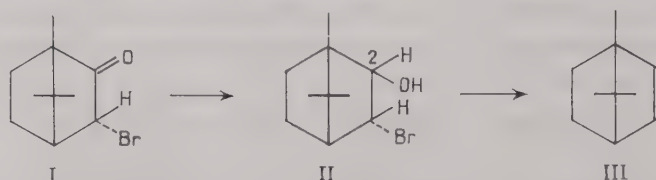
(7) GIESECKE et RATHJE, *Ber. Chem. Ges.*, 74 B, 1941, p. 349.

(8) MC CANN, *J. Biol. Chem.*, 201, 1953, p. 247.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode de préparation du bornylène*. Note (*) de M^{lle} GENEVIÈVE CLÉMENT, MM. MICHEL VILKAS, GEORGES DUPONT et RAYMOND DULOU, présentée par M. Marcel Delépine.

Des méthodes existantes permettant de préparer le bornylène (III), aucune ne donne entièrement satisfaction, en raison soit de leur longueur, soit du faible rendement, soit enfin de l'impureté du produit obtenu, souvent contaminé de camphène et de tricyclène (1). La réduction par le zinc de la bromhydrine correspondante nous a permis de combler cette lacune.

La réaction précitée a fait récemment l'objet d'une étude de Shoppée et coll. (2) qui en ont étudié le mécanisme et montré par des exemples choisis dans la série des stérols qu'elle se fait indépendamment de la configuration relative du brome et de l'hydroxyle. Il était donc licite de l'appliquer au mélange de bromhydrines stéréoisomères en 2 (II) obtenu par action de l'hydrure de lithium-aluminium sur le 3-bromocamphre (I).



Dans une expérience-type, 10 g de 3(2)-bromo-*d*-camphre F 75-76°, $[\alpha]_D^{20} + 146^\circ$ dissous dans 100 cm³ d'éther anhydre sont ajoutés par petites portions à une suspension de 0,65 g d'hydrure de lithium-aluminium dans 100 cm³ d'éther anhydre. Après repos d'une nuit, on décompose l'excès de réactif au moyen d'un petit morceau de glace, laisse reposer 2 h, agglomère le précipité de sels minéraux par agitation avec un peu de charbon actif en poudre,

décante sur filtre en verre fritté, sèche et évapore l'éther à froid sous vide. On obtient ainsi 9,5 g de produit cristallin blanc, peu stable, se sublimant à 65° sous 0,05 mm; F 57-58°, $[\alpha]_D^{20} + 55^\circ$ (c. 1,6 %, alcool) ⁽³⁾, ⁽¹⁾; $C_{10}H_{17}OBr$, trouvé %, C 51,52; H 7,60; Br 33,93; calculé %, C 51,51; H 7,35; Br 34,28; 0,975 H mobiles (Zérévitinoff).

5 g de bromhydrine brute fraîchement préparée sont dissous dans 100 cm³ d'alcool absolu contenant 0,5 g d'iodure de sodium. On ajoute le couple zinc-cuivre préparé à partir de 15 g de poudre de zinc d'après la méthode de Gladstone et Tribe et distille lentement (en 5 h) la majeure partie de l'alcool à travers une petite colonne. Le bornylène entraîné est précipité par addition d'eau, séché sur plaque poreuse dans une enceinte close à cause de sa grande volatilité et purifié par sublimation sur chlorure de calcium. F 112-113°; $[\alpha]_D^{20} - 24^\circ$ (c. 1,2 %, C_6H_6); $C_{10}H_{16}$, trouvé %, C 87,72; H 11,86; calculé %, C 88,16; H 11,84. (Litt. ⁽⁵⁾ F 113° $[\alpha]_D^{19} - 23,94^\circ$.) Rdt : 2,0 g, soit 62 % de la théorie par rapport au bromocamphre de départ.

Le bornylène ainsi obtenu est identifié, outre ses constantes physiques :

1° par son oxydation permanganique en acide camphorique F 184-185°, $[\alpha]_D + 51,6^\circ$, spectre infra-rouge identique à celui d'un échantillon d'acide camphorique authentique préparé par oxydation nitrique du camphre :

2° par son hydrogénation catalytique au moyen de platine d'Adams en bornane F 156-156,5° avec consommation de 0,99 H₂ par molécule.

Sa pureté est bonne, comme le montre sa courbe d'oxydation perbenzoïque : la consommation d'oxygène est très lente ; on a trouvé respectivement après 2, 6 et 28 h, 0,019 ; 0,019 et 0,143 atomes d'oxygène consommés. Voir dans ⁽⁶⁾ la courbe de consommation d'oxygène d'un échantillon de bornylène contaminé par du camphène.

Dans une publication ultérieure, nous espérons apporter des précisions sur la composition du mélange de bromhydrines stéréoisomères et étudier les produits résultant de l'enlèvement d'acide bromhydrique.

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) Voir le chapitre « Bornylène » dans J. L. SIMONSEN, *The terpenes*, Cambridge, University Press, 2^e éd., II, 1949, p. 322.

(2) D. R. JAMES, R. W. REES et C. W. SHOPPEE, *J. Chem. Soc.*, 1955, p. 1370.

(3) Litt. ⁽¹⁾ : F 58°, $[\alpha]_D + 85,15^\circ$ pour un produit préparé par une méthode différente.

(4) R. FERRIER, *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 460.

(5) J. BREDT et W. HILBING, *J. prakt. Chem.*, 84, 1911, p. 778.

(6) H. MEERWEIN, *J. prakt. Chem.*, 113, 1926, p. 9.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dualité de mécanismes lors de la pyrolyse du chlorhydrate d'imino-benzoate de néopentyle*. Note de M^{me} **MICHELINE CHARPENTIER-MORIZE** et M. **HUGH FELKIN**, présentée par M. Marcel Delépine.

La décomposition thermique de ce chlorhydrate d'imino-éther a lieu vers 200°; elle fournit un mélange de chlorures contenant environ 1/3 de chlorure d'amyle tertiaire et 2/3 de chlorure de néopentyle. Ce résultat montre que si le mécanisme bimoléculaire habituel est entravé par l'encombrement stérique, la pyrolyse d'un halohydrate d'imino-éther peut également se dérouler suivant un mécanisme unimoléculaire.

On sait que la pyrolyse des halohydrates d'imino-éthers (I) conduit aux halogénures d'alcoyle (II) et aux amides (III) correspondants (¹). Il est généralement admis que cette réaction a lieu par un mécanisme bimoléculaire :

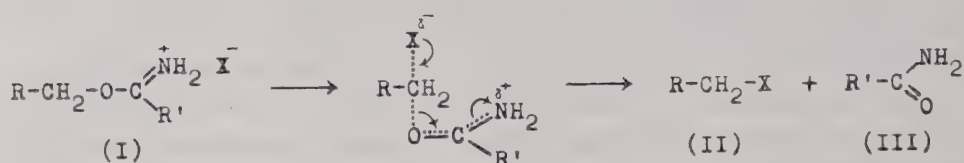


Schéma 1

Ce mécanisme repose sur la cinétique de la réaction (²), sur l'inversion de la configuration observée lors de la pyrolyse d'un sel dérivant d'un alcool secondaire (³) et sur l'absence de transposition dans des cas où un mécanisme unimoléculaire aurait conduit à des produits transposés (⁴), (⁴).

Dans la présente Note, nous décrivons la pyrolyse d'un chlorhydrate d'imino-éther (IV) dérivant de l'alcool néopentylique (CH₃)₃C—CH₂OH. On sait que, pour les dérivés de cet alcool, le mécanisme bimoléculaire est fortement entravé par l'encombrement stérique. L'étude de la pyrolyse d'un tel chlorhydrate pouvait donc fournir des renseignements intéressants concernant l'influence de l'encombrement stérique. Dans nos expériences, l'examen des produits obtenus a permis de tirer des conclusions quant au mécanisme même de cette réaction; en effet, le mécanisme bimoléculaire conduit à des produits de même structure carbonée, alors que le mécanisme unimoléculaire conduit exclusivement, dans la série néopentylique, à des produits transposés (⁵).

Nous avons observé que le chlorhydrate d'imino-éther (IV), obtenu par la méthode classique (⁴), est extraordinairement stable vis-à-vis de la chaleur : il ne se décompose qu'au-dessus de 200°, alors que le point de décomposition des chlorhydrates d'imino-éthers décrits auparavant ne dépasse guère 140° (⁶). Cette stabilité thermique provient certainement de l'empêchement stérique; elle confirme encore que la décomposition thermique des halohydrates d'imino-éthers se fait généralement par le mécanisme bimoléculaire.

La pyrolyse du chlorhydrate (IV) a conduit à un mélange de chlorures contenant environ 1/3 de chlorure d'amyle tertiaire (VI) et 2/3 de chlorure de néopentyle (V). La formation de chlorure transposé (VI) dans cette réaction montre qu'il existe, à côté du mécanisme bimoléculaire habituel, un mécanisme unimoléculaire de décomposition des halohydrates d'imino-éthers, mécanisme apparaissant si le mécanisme bimoléculaire est entravé par l'empêchement stérique (⁷).

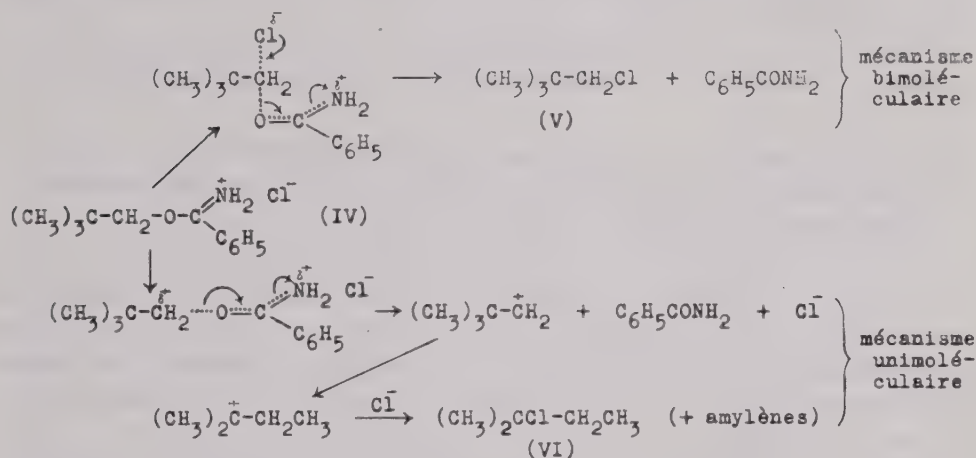


Schéma II.

PARTIE EXPÉRIMENTALE. — *Chlorhydrate d'imino-benzoate de néopentyle* $\text{C}_{12}\text{H}_{18}\text{ONCl}$ (IV). — 10,2 g d'acide chlorhydrique gazeux sec sont ajoutés à 0° à un mélange de 22 g d'alcool néopentylque et 26 g de benzonitrile. Après repos pendant 1 h, le mélange est additionné de 50 cm³ de *n*-hexane et conservé pendant 16 h à la température ordinaire. Les cristaux formés sont essorés et lavés abondamment (*n*-hexane); Rdt 44 g (77 %). Une partie du produit est cristallisée (acide acétique): F 205-206° (décomp.); $\text{C}_{12}\text{H}_{18}\text{ONCl}$, calculé %, Cl 15,57; trouvé %, Cl 15,3.

Pyrolyse. — La décomposition thermique du chlorhydrate (IV) brut commence vers 190° (bain); elle est terminée vers 255°. 40 g du chlorhydrate (IV) ont fourni 15,9 g d'un liquide qui est lavé (H_2O , HNO_3 , H_2O , K_2CO_3 , H_2O), séché (CaCl_2) et distillé; on obtient 1,2 g de têtes (É 37-70°; vraisemblablement des amylènes) et 11,1 g (Rdt 59 %) de chlorures (É 80-84,5°), contenant 10,6 % de Cl hydrolysable à froid par une solution de KOH méthanolique, ce qui correspond à environ 32 % de chlorure d'amyle tertiaire (VI).

Isolement du chlorure de néopentyle (V). — 9,75 g du mélange de chlorures sont agités pendant 4 h avec 150 cm³ d' AgNO_3 M. Le mélange est distillé jusqu'à ce qu'il ne passe plus de produit organique. La couche organique est séchée (CaCl_2) et distillée; on obtient 4,7 g [28 %, calculé à partir de (IV)] de chlorure (V), É 83,7-84,5°, exempt de chlorure tertiaire (VI) (pas de réaction avec une solution hydroalcoolique d' AgNO_3) mais contenant un peu d'alcool amylique tertiaire. Le chlorure (V) peut être purifié par distillation sur un peu de LiAlH_4 : É 84°, n_D^{20} 1,4042 (*); $\text{C}_5\text{H}_{11}\text{Cl}$, calculé %, C 56,33; H 10,40; Cl 33,26; trouvé %, C 56,91; H 10,57; Cl 32,74.

- (¹) A. PINNER, *Die Imidoäther und ihre Derivate*, R. Oppenheim, Berlin, 1892.
 (²) S. M. McELVAIN et B. E. TATE, *J. Amer. Chem. Soc.*, **73**, 1951, p. 2233.
 (³) C. L. STEVENS, D. MORROW et J. LAWSON, *J. Amer. Chem. Soc.*, **77**, 1955, p. 2341.
 (⁴) H. FELKIN, *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 2322.
 (⁵) I. DOSTROVSKY, E. D. HUGHES et C. K. INGOLD, *J. Chem. Soc.*, 1946, p. 173.
 (⁶) R. H. HARTIGAN et J. B. CLOKE, *J. Amer. Chem. Soc.*, **67**, 1945, p. 709.
 (⁷) Il est vraisemblable que c'est également l'apparition d'un mécanisme unimoléculaire qui explique la formation de cyclohexène par pyrolyse d'halohydrates d'imino-éthers dérivant du cyclohexanol : M. MENGELBERG, *Chem. Ber.*, **87**, 1954, p. 1425.
 (⁸) F. C. WHITMORE et G. H. FLEMING, *J. Amer. Chem. Soc.*, **55**, 1933, p. 4161, indiquent $E 84,4^{\circ}$, $n_D^{20} 1,4042$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la condensation du formaldéhyde avec l'ester oxalacétique en milieu aqueux acide*. Note de M. ELIAS ELKIK, présentée par M. Marcel Delépine.

Dans nos précédentes recherches sur la condensation du formaldéhyde (formol à 35 %) avec l'ester oxalacétylglycolique, en présence de carbonate de potassium (solution à 33 %) (¹), nous avons constaté que l'ester oxalacétylglycolique était très instable en milieu alcalin en raison de sa structure ène-diolique.

Nous avons donc pensé reprendre ces essais en milieu acide tamponné, dans les conditions qui seront précisées plus loin. En effet, si l'on considère le mécanisme d'énolisation et d'ionisation des produits carbonylés en milieu acide, rien ne semble s'opposer *a priori*, à ce qu'une telle condensation puisse s'effectuer dans ce milieu (²).

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons voulu faire d'abord l'essai sur l'ester oxalacétique, plus stable que l'ester oxalacétylglycolique, et dont la plupart des produits possibles de condensation avec le formaldéhyde sont connus.

Nous avons opéré de la façon suivante :

Un litre d'une solution aqueuse d'acide acétique (1 N) et d'acétate de sodium (2 N) est refroidi à -5° . On y introduit le formol (1 mol), puis l'ester oxalacétique (1 mol) goutte à goutte en agitant, et on laisse reposer le mélange pendant 24 h. Il se dépose une masse cristalline blanche mélangée à un liquide très visqueux incolore ou jaune très pâle. La masse cristalline, séparée par décantation, est triturée plusieurs fois avec de l'eau, puis reprise avec une petite quantité d'éther. Le liquide se dissout et il reste une poudre blanche qu'on peut séparer par essorage. Ce produit solide, recristallisé dans l'alcool dilué ou l'acide acétique dilué, a été identifié au méthylène-bis-oxalacétate d'éthyle monohydraté. Rendement 55 %.

Ces résultats prouvent que la condensation du formaldéhyde avec l'ester oxalacétique est possible en milieu acide tamponné, et conduit aux mêmes produits que ceux obtenus en utilisant la diéthylamine ou la pipéridine comme catalyseurs.

Nous nous proposons d'approfondir le mécanisme de cette réaction, et, d'autre part, d'étudier s'il est possible de l'orienter vers l'obtention de l'ester céto-butyrolactone-carboxylique, en vue de son application à l'ester oxalacétylglycolique, but initial de nos recherches.

(¹) E. ELKIK et H. GAULT, *Comptes rendus*, **241**, 1955, p. 313.

(²) H. GILMAN, *Organic Chemistry*, **3**, p. 87 et 92.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Remarques sur l'absorption dans l'ultraviolet moyen de quelques cétones acétyléniques et éthyléniques aromatiques.*

Note (*) de M. PANOS GRAMMATICAKIS et M^{lle} JANINE CHAUVELIER, transmise par M. Charles Dufraisse.

En vue d'élucider l'anomalie (probablement apparente) (¹) que présentent les relations spectrales de la bis-mésityléthynylcétone et de la di-mésitylalacétone nous avons mesuré l'absorption dans l'ultraviolet moyen de quelques cétones aromatiques acétyléniques (A) et éthyléniques (B) ainsi que de quelques-uns de leurs dérivés.

(A) $\text{Ar}-\text{C}\equiv\text{C}-\text{CO}-\text{R}$,

(B) $\text{Ar}-\text{CH}=\text{CH}-\text{CO}-\text{R}$,

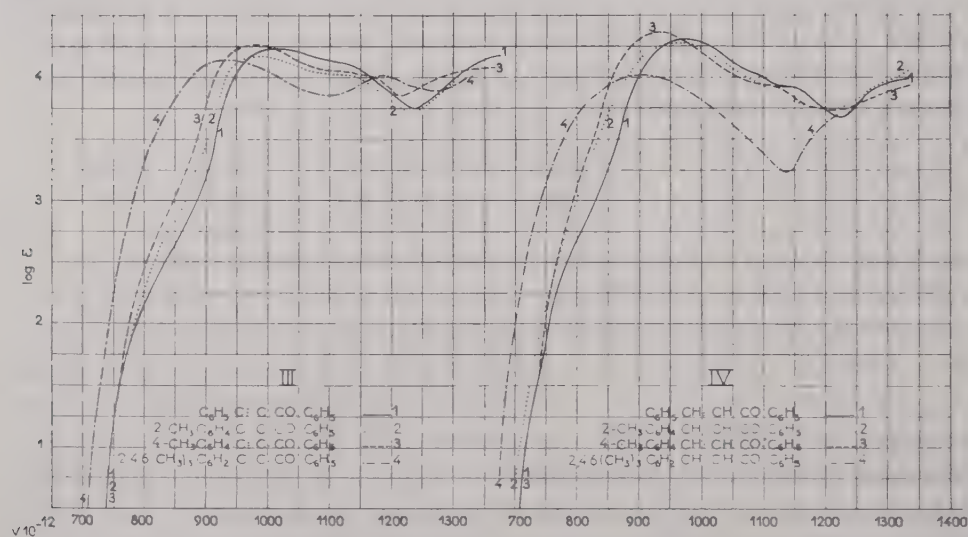
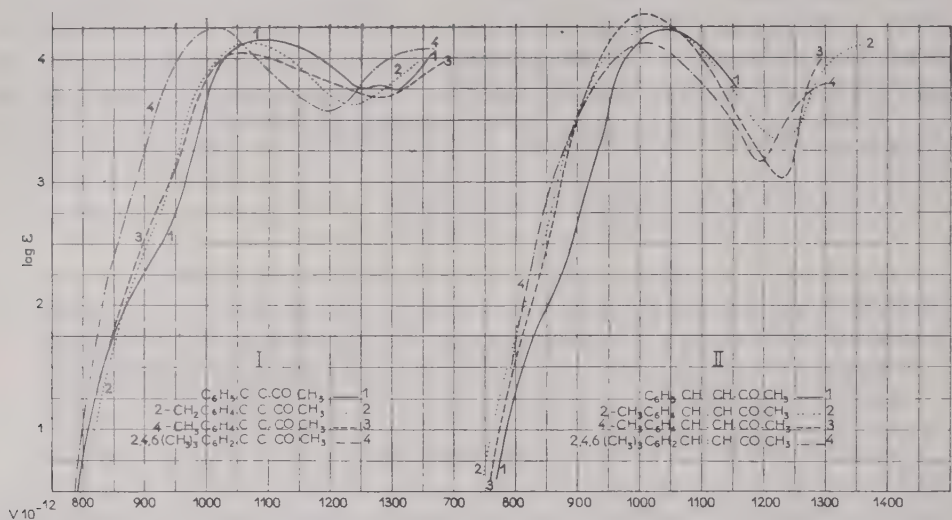
(où $\text{Ar}=\text{C}_6\text{H}_5$, $o\text{-CH}_3\text{-C}_6\text{H}_4$, $p\text{-CH}_3\text{-C}_6\text{H}_4$; o , o' , $p\text{-(CH}_3)_3\text{C}_6\text{H}_2$; $\text{R}=\text{CH}_3$, C_6H_5).

La présente Note contient les principaux résultats concernant l'absorption (²) des substances suivantes (³) : méthyl-phénéthynylcétone (I, 1), méthyl-*o*-tolyléthynyl-cétone (I, 2), méthyl-*p*-tolyléthynyl-cétone (I, 3), méthyl-mésityléthynyl-cétone (I, 4), benzalacétone (II, 1), *o*-tolualacétone (II, 2), *p*-tolualacétone (II, 3), mésitylalacétone (II, 4), phényl-phénéthynyl-cétone (III, 1), phényl-*o*-tolyléthynylcétone (III, 2), phényl-*p*-tolyléthynyl-cétone (III, 3), phényl-mésityléthynyl-cétone (III, 4); benzalacétophénone (IV, 1), *o*-tolualacétophénone (IV, 2), *p*-tolualacétophénone (IV, 3), et mésitylalacétophénone (IV, 4).

La comparaison des absorptions des composés acétyléniques et éthyléniques correspondants montre que :

1° le passage des premiers aux seconds se traduit par un déplacement vers le rouge des principales bandes d'absorption (« cétoniques » et « polyéniques » ou « benzéniques »);

2° le remplacement de CH_3 par C_6H_5 dans les substances de forme $\text{Ar}-\text{C}\equiv\text{C}-\text{CO}-\text{CH}_3$ et $\text{Ar}-\text{CH}=\text{CH}-\text{CO}-\text{CH}_3$ provoque, comme on pouvait s'y attendre, un important effet batho- et, en général, hyper-chrome;



3° la méthylation du noyau des groupements phénéthynyle et styryle produit, en général, un déplacement vers le rouge nul ou faible du maximum le plus intense; ce déplacement varie avec le nombre et la position des CH_3 suivant l'ordre : $o < p < o', p$. De plus, il est à noter que l'effet bathochrome de l' o, o', p -tri-méthylation des méthyl-phénéthynyl-cétone et phényl-phénéthynyl-cétone est bien plus important que celui de l' o, o', p -triméthylation des benzalacétone et benzalacétophénone, en accord avec ce qu'on a observé pour

les relations entre les effets spectraux de l'*o*, *o'*, *p*-tri-méthylation de la bis-phénéthynyl-cétone et de la dibenzalacétone (¹). A ceci on peut rattacher l'anomalie spectrale précédemment citée.

En résumé, le remplacement dans les substances étudiées du groupement $\text{—C}\equiv\text{C—}$ par —CH=CH— se traduit par un effet bathochrome.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) P. GRAMMATICAKIS et J. CHAUVELIER, *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 1232.

(²) Les mesures des substances étudiées ont été effectuées sur leurs solutions dans l'alcool à 95% et dans le cyclohexane aux concentrations N/100, N/1000 et N/10000. Les relations spectrales entre les solutions alcooliques et cyclohexaniques étant identiques à celles observées pour tous les composés carbonylés aromatiques étudiés jusqu'ici, nous ne donnerons donc que l'absorption dans l'alcool à 95%.

(³) Les cétones éthyléniques ont été préparées suivant la méthode classique (condensation des arylaldéhydes avec respectivement l'acétone et l'acétophénone en milieu alcalin) et les cétones acétyléniques soit par action des composés $\text{Ar—C}\equiv\text{C—Na}$ sur $(\text{CH}_3\text{CO})_2\text{O}$ soit par oxydation des alcools correspondants, eux-mêmes obtenus par addition des $\text{Ar—C}\equiv\text{C—MgBr}$ aux aldéhydes correspondants.

(⁴) Les chiffres romains et arabes des parenthèses indiquent respectivement les numéros des figures et des courbes.

MINÉRALOGIE. — *Sur la formation de berlinite par voie thermique à partir de phosphate neutre d'aluminium précipité*. Note de M. JEAN PAPAILHAU, transmise par M. Charles Mauguin.

Par action de FLi utilisé comme minéralisateur, on obtient le phosphoquartz (berlinite) sous forme microcristalline en chauffant PO_4Al précipité, à une température minimum de 550°C environ. Le passage du PO_4Al amorphe au phosphoquartz ainsi que le passage du phosphoquartz à la phosphotridymite se font par l'intermédiaire de la phosphocristobalite.

Poursuivant notre étude de la cristallisation de PO_4Al précipité en présence de minéralisateurs (¹), nous avons étudié par les mêmes méthodes, analyse thermique différentielle (A. T. D.) et contrôle par rayons X, l'action du carbonate et du fluorure de lithium.

Ici encore, l'addition progressive de minéralisateur déplace vers les basses températures le crochet exothermique de cristallisation des courbes d'A. T. D.; au-dessus d'un certain taux, une nouvelle addition de minéralisateur est pratiquement inefficace. D'autre part, les transformations d'une variété allotropique en l'autre, très lentes, ne sont pas visibles à l'A. T. D.

Avec CO_3Li_2 , on obtient à 1000°C un mélange contenant essentiellement de la phosphocristobalite et d'autant plus de phosphotridymite que le taux de CO_3Li_2 est plus grand (avec 3% de CO_3Li_2 , les raies de la phosphotridymite sont déjà très nettement visibles sur le diagramme de poudre réalisé avec

le produit porté à 1000°C par A.T.D.). PO_4Al cristallise d'abord en phosphocristobalite et se transforme ensuite en phosphotridymite, variété stable d'après Beck à partir de $815 \pm 4^{\circ}\text{C}$, mais la vitesse de transformation n'est pas assez grande pour que, pendant la durée normale d'une A.T.D. (80 mn environ), l'évolution soit totale. Pour les fortes teneurs, il y a en outre, formation de PO_4Li_3 : à partir de 5 % environ de CO_3Li_2 , les raies de ce phosphate apparaissent sur les diagrammes de rayons X.

Avec FLi, on peut obtenir le phosphoquartz, stable jusqu'à une température de $815 \pm 4^{\circ}\text{C}$. Les diagrammes réalisés avec le produit de l'A.T.D. à 1000°C montrent que, pour les faibles taux de FLi (au-dessous de 2 % environ) on a seulement de la phosphocristobalite. Pour des taux supérieurs, le phosphoquartz apparaît à côté de la phosphocristobalite et la quantité formée durant une A.T.D. augmente avec le taux de minéralisateur. Dès qu'on dépasse 7 % FLi environ, apparaît, en outre, la phosphotridymite.

L'examen aux rayons X du produit d'A.T.D. arrêtée immédiatement après le crochet de cristallisation, montre seulement une amorce de cristallisation en phosphocristobalite. Le passage de PO_4Al amorphe au phosphoquartz se fait donc par l'intermédiaire de la phosphocristobalite. Entre la température de fin du crochet de cristallisation et $815 \pm 4^{\circ}\text{C}$, la proportion de phosphoquartz formé au cours d'une A.T.D. croît, d'une part, avec la température, d'autre part avec le taux de FLi. Dès qu'on atteint 5 % environ de minéralisateur, la présence de phosphocristobalite dans un produit d'A.T.D. arrêtée à la limite du domaine de stabilité du phosphoquartz est inappréciable par contrôle aux rayons X. La température de recristallisation ne tombe jamais au-dessous de 550°C quel que soit le taux de FLi.

De $815 \pm 4^{\circ}\text{C}$ à $1025 \pm 50^{\circ}\text{C}$, la forme stable est la phosphotridymite. Au cours de l'A.T.D., entre $815 \pm 4^{\circ}\text{C}$ et 1000°C , le phosphoquartz formé à des températures inférieures se transforme d'abord en phosphocristobalite. Dans les échantillons contenant un peu de FLi (moins de 2 %), le phosphoquartz formé avant $815 \pm 4^{\circ}\text{C}$, mêlé à une proportion élevée de phosphocristobalite, se transforme entièrement. Pour des taux plus importants de FLi, le phosphoquartz est plus abondant et une partie, croissante avec le taux de FLi, ne peut se transformer avant 1000°C . Enfin, à partir de 7 %, la phosphotridymite apparaît à son tour par transformation de la phosphocristobalite: les trois espèces peuvent coexister.

Au voisinage de la température du crochet de cristallisation, les vitesses de transformation sont très faibles. Ainsi, un mélange $\text{PO}_4\text{Al} - 2\%$ FLi chauffé pendant 110 h à 600°C donne un diagramme de poudre sensiblement identique à celui du même produit amené à 600°C par A.T.D. (phosphocristobalite mal cristallisée). De même, un mélange $\text{PO}_4\text{Al} - 5\%$ FLi s'est montré identique au même produit maintenu pendant 190 h à cette température (berlinite bien cristallisée).

Les vitesses de transformations en présence de minéralisateur sont notablement accrues par élévation suffisante de la température. C'est ainsi que, à 800°C, avec 5 % FLi, la phosphocristobalite se transforme progressivement en phosphoquartz, tandis que, pour des températures extérieures à son domaine de stabilité, le phosphoquartz se transforme en phosphocristobalite qui, à son tour, évolue vers la phosphotridymite. Par contre, comme pour la silice, en l'absence de minéralisateur, le phosphoquartz reste volontiers en équilibre métastable à des températures supérieures à son domaine de stabilité et d'une variété à l'autre, les transformations sont lentes et difficiles.

L'examen au microscope de la berlinite obtenue montre qu'elle est formée d'agrégats de microcristaux sur lesquels il n'est pas possible de faire des mesures optiques précises : le seul moyen d'investigation commode reste les rayons X. Les diagrammes de poudre ont été réalisés en utilisant le rayonnement filtré K_{α} d'une anticathode de cuivre (temps de pose : 1 h). Les intervalles réticulaires obtenus sont identiques à ceux donnés par Huttenlocher⁽¹⁾ : il en est de même des indices de réfraction mesurée par immersion sous le microscope. Nous avons trouvé que la température de transition $\alpha \rightarrow \beta$ du phosphoquartz, observée à l'A. T. D., est sensiblement la même que celle du quartz (573°C), mais est nettement plus basse que celle qu'indique Beck (586 $\pm$ 2°C) (précision de nos mesures : + 4°C).

En conclusion, nous retiendrons les propriétés particulières de FLi qui est le seul minéralisateur nous ayant permis d'obtenir le phosphoquartz. Avec CO_2Li_2 , la vitesse de transformation à partir de la phosphocristobalite n'est pas assez grande pour que le phosphoquartz ait le temps de se former avant sa température limite de stabilité dans les conditions de l'A. T. D. Aux températures supérieures, seule la phosphotridymite, variété stable, peut apparaître. FLi, au contraire, accélère suffisamment la transformation pour que le phosphoquartz prenne naissance à des températures comprises dans son domaine de stabilité. Puis le phosphoquartz se transforme en phosphotridymite par l'intermédiaire de la phosphocristobalite, qui apparaît ainsi, dans le cas le plus général, à deux stades différents comme le montrent les schémas suivants :



et



(¹) J. PAPAILHAU, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 2336.

(²) *Zeitsch. für Kristall.*, 90, 1935, p. 508-516.

SÉDIMENTOLOGIE. — *Phénomènes de transferts littoraux le long de la côte catalane.* Note de M^{me} **CHRISTIANE DUBOUL-RAZAVET**, présentée par M. Pierre Pruvost.

La plage fragmentaire qui limite le littoral catalan espagnol est le siège de transferts littoraux qui ont pour conséquence une lente migration des masses sédimentaires vers le Sud. Mais en raison de la configuration de la côte, ces déplacements sont limités. L'étude minéralogique confirme les observations effectuées sur le terrain.

Depuis la saillie des monts Albères jusqu'au delta de l'Ebre, la plage catalane, à l'inverse de la côte française du golfe du Lion, n'offre aucune continuité.

Le plus souvent, dans les régions granitiques ou calcaires, les lidos apparaissent sous forme d'alluvionnements localisés au fond des baies et aux abords des cours d'eau. Telles sont, par exemple, les criques de la Costa Brava et le golfe de Rosas.

Autour de Barcelone s'étendent par contre de vastes plages, alimentées au Nord par les massifs granitiques et au Sud par les apports sédimentaires du Llobregat; mais l'alluvionnement s'atténue très vite en direction de la province de Tarragone, au contact de la côte dolomitique et calcaire, souvent abrupte.

L'évolution de ces plages dépend, toutes choses égales d'ailleurs, d'un régime météorologique comparable à celui du golfe du Lion, en raison de l'influence qu'il exerce sur l'état de la mer. Mistral et Tramontane dominant, surtout en automne et en hiver: ils créent des houles très obliques à la côte où elles donnent naissance à un actif transfert dirigé vers le Sud. Les vents du large, moins fréquents, provoquent par contre des tempêtes, au cours desquelles la houle portante entraîne un affouillement des pentes sous-marines adjacentes au rivage par dispersion au large et transfert (de direction variable, suivant l'orientation des grèves).

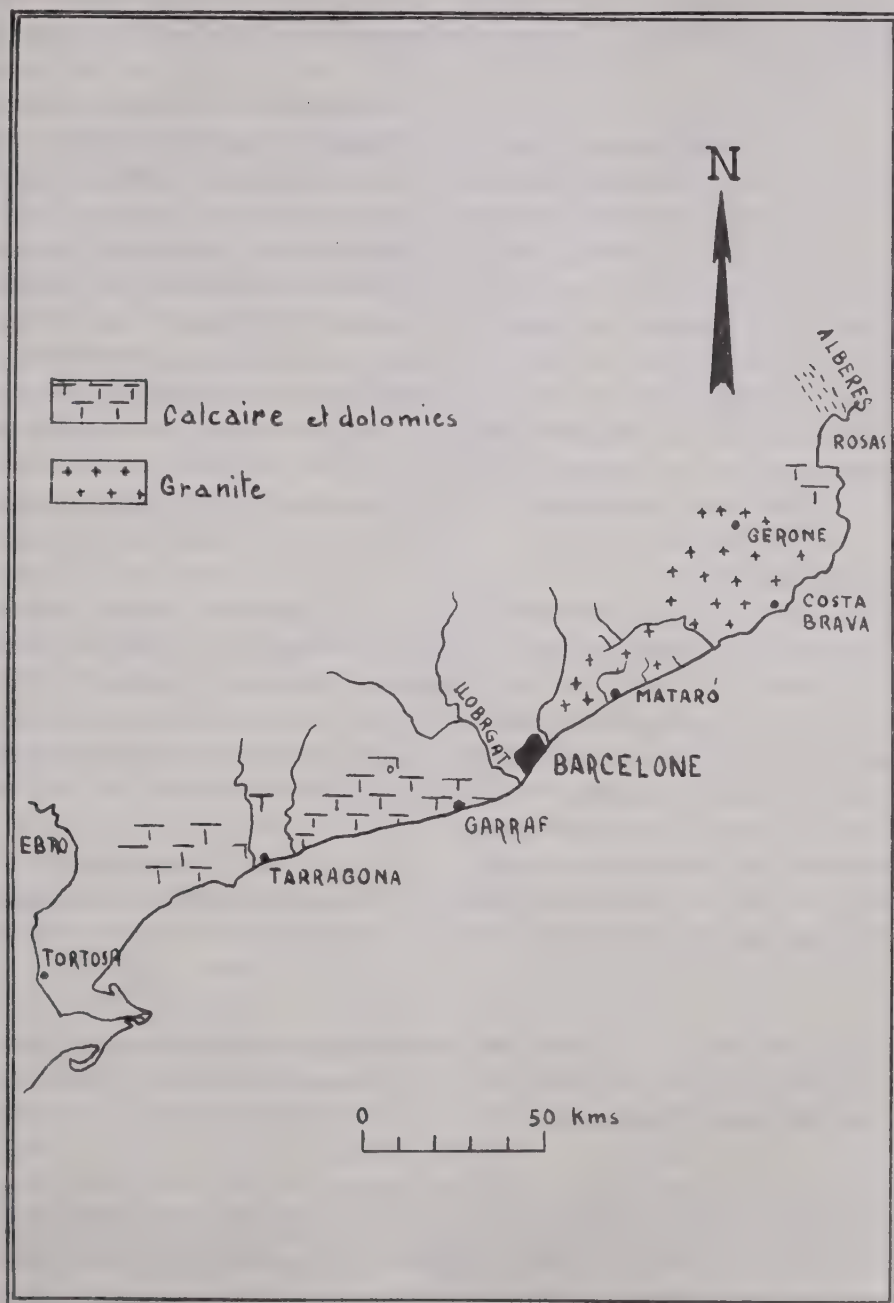
Les divers mécanismes engendrés ont pour conséquences :

1° L'instabilité des rivages directement exposés aux houles, lorsque l'alimentation en sable dépend uniquement des torrents locaux dont le faible apport ne compense plus les pertes par dispersion.

2° La lente migration des masses sédimentaires vers le Sud, mouvement résultant dont l'ampleur demeure limitée par les barrières naturelles que forment les massifs rocheux des Catalanides. Ils isolent entre eux des secteurs de plage bien individualisés, qui évoluent indépendamment les uns des autres malgré ces caractères communs.

En effet, d'une façon générale, les côtes meubles reculent au Nord des zones d'apports sédimentaires (en amont du transit) et progressent au Sud

de ces mêmes zones. Le delta du Llobregat, dans la plaine de Barcelone, offre un exemple typique de ce mode d'évolution.



Dans la province de Tarragone, la morphologie des grèves du delta de l'Ebre résulte du même type de transfert sédimentaire. Les longues plages

de sable (plus de 20 km) dessinent aux extrémités deux grands cordons littoraux en voie d'accroissement, de direction opposée. Cependant la flèche méridionale, le « Trabucador », est beaucoup plus vaste que la flèche septentrionale, « le Fangar », pourtant plus proche de l'embouchure principale du fleuve.

L'étude des minéraux lourds de la côte catalane confirme encore l'importance du transit sédimentaire que subit le matériel meuble des plages sous l'action des vents dominants (Mistral et Tramontane). Contre les Monts Albères, le golfe de Rosas relativement abrité, reçoit, par l'intermédiaire de plusieurs cours d'eau, des matériaux d'origine surtout pyrénéenne. Les sables des plages proviennent des massifs septentrionaux voisins et se caractérisent par leur grande richesse en minéraux lourds où abondent : andalousite, augite, hornblende, grenat. Cette répartition minéralogique s'étend au Sud dans le petit delta du Ter sans changement notable malgré l'existence d'un petit massif calcaire, mais les sédiments ne franchissent pas la barrière que constitue la région granitique de la Costa Brava et jusqu'au voisinage de Barcelone, les sables de plus en plus fins vers le Sud proviennent exclusivement de l'érosion de ces granites pauvres en éléments lourds : grenat, rutilé, zircon.

La rivière Llobregat, par contre, pousse à la mer une grande variété de minéraux arrachés aux diverses formations catalanes qu'il traverse d'Ouest en Est. Parmi eux : tourmaline, hornblende, staurotide, grenat, disthène et sphène viennent enrichir les sables des plages et des dunes du Sud de la plaine. Ce groupe d'éléments lourds n'atteint que très difficilement la crique de Garraf sur la côte rocheuse dolomitique bordant le delta et ne semble pas franchir cette limite méridionale.

De même les sédiments charriés par l'Ebre, malgré l'abondance et la diversité des espèces minérales (épidote, staurotide, disthène dominants), ne subissent pas de transferts d'une grande ampleur le long du littoral.

SÉDIMENTOLOGIE. — *Sur les facteurs de répartition des sédiments sur le plateau continental algérien.* Note de M. **ANDRÉ ROSFELDER**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Deux groupes de facteurs, les uns d'origine marine, les autres d'origine continentale, interviennent ensemble dans la répartition des sédiments sur le plateau continental algérien. Sous ces actions hétérogènes et concurrentes, la surface sédimentaire du plateau offre une physionomie complexe qui exprime son état de transition.

L'allure morphologique du plateau et du rebord continental algérien, le style de leur sédimentation et la géologie des régions côtières limitrophes s'accordent assez étroitement pour diviser la marge continentale algérienne

en six régions : la région de Nemours, la région oranaise, la région nord-chélifienne, la région algéroise, la région kabyle, la région numidique, la région bônoise (¹). Ce caractère « compartimenté » du plateau, comme son étroitesse, est la conséquence directe de sa position intermédiaire entre les hauts-reliefs atlasiques et les grands fonds voisins du bassin algéro-baléare, alignés les uns et les autres dans une direction Est-Ouest parallèle à la côte et témoignant d'actions tectoniques puissantes (²).

La répartition des sédiments sur le plateau s'opère ainsi sous les influences étroitement combinées de la mer et du continent.

On peut considérer comme facteurs marins : 1° les mouvements de la mer engendrés par le vent, en l'absence de courants de marées; 2° le grand Courant Atlantique; 3° les apports océanogènes (coccolithes, foraminifères, organismes constructeurs, etc.). 4° le relèvement relatif du niveau moyen de la mer, et comme facteurs d'influence continentale : 5° les apports terrigènes des eaux continentales; les matériaux remaniés depuis le littoral ou depuis les affleurements de roches anciennes et ces affleurements eux-mêmes; 6° le dessin du rivage et la morphologie du plateau, dépendances en eux-mêmes du domaine continental.

L'action de la houle à la côte et des courants littoraux de houle n'apparaît essentielle que dans la reprise et la distribution verticale des sédiments le long des côtes régulières et basses, où elle entraîne alors une succession par granulométrie décroissante du sable, du sable vaseux et de la vase. Partout ailleurs, cette action est perturbée par l'intervention des autres facteurs.

Les promontoires, qui sont tous accompagnés d'un plateau plus étroit et réduit à l'état de corniche (sauf dans le cas particulier de la région de Nemours), les petites îles côtières, les hauts-fonds du plateau et les ensellements existant entre ces îles ou ces hauts-fonds et le continent témoignent, par la dénudation des roches et une sédimentation grossière, de l'action conjuguée de la houle et du Courant Atlantique, particulièrement sur leur face Ouest exposée aux vents dominants et à ce grand courant. L'action du Courant Atlantique est d'autre part très nette en Oranie et particulièrement en Baie d'Arzew où il maintient sur la partie externe du plateau, par une langue de cailloutis et de sable, la sédimentation grossière de la Baie d'Oran.

L'existence d'une telle sédimentation dans la partie externe du plateau dans la région oranaise, dans la région bônoise et par endroits dans les autres régions, est à rattacher à l'interprétation qu'en donnent F. P. Shepard, K. O. Emery et H. R. Gould (³). Ces auteurs y voient la présence de « matériaux résiduels » (*lags Materials*) correspondant à une position antérieure plus basse du niveau de la mer. Le caractère de « côte à submersion » de la côte algérienne et la présence d'amas de coquilles brisées dans cette sédimentation sont des arguments en faveur de cette conception. Entre les deux explications proposées par ces auteurs, celle d'un manteau de vase se développant sur les

matériaux résiduels et celle d'une redistribution par les courants de ces matériaux en vase et en concentré de sable, l'allure de la répartition des sédiments en Baie d'Arzew et en Baie de Bône où le manteau de vase est en relation apparente avec les apports du Chélif et de la Seybouse ainsi que l'importance même de l'apport terrigène depuis le début du surcreusement post-néolithique (*) nous font pencher vers la première explication.

Les apports terrigènes sont très faibles en Oranie où les oueds, rares et de peu d'importance, lessivent des formations côtières sablonneuses plio-quaternaires. Mais le long des littoraux nord-chelifien et kabyle, le lessivage des marnes secondaires et tertiaires par une multitude d'oueds côtiers intermittents nourrissent une sédimentation vaseuse. Les rivières principales (Oued-Kiss, Tafna, Chelif, Mazafran, Harrach, Isser, Sebaou, Soummam, Oued-el-Kébir, Seybouse) ont leurs zones d'influence d'importance variable suivant leur débit solide, la bathymétrie et le régime océanographique du plateau où elles s'ouvrent. Les apports restent cantonnés entre les principaux promontoires et nous n'assistons pas en Algérie, comme sur le littoral atlantique français par exemple, à une large distribution des apports à partir d'un nombre restreint de provinces distributrices.

Il faut noter que les apports terrigènes interviennent, soit en se déposant directement, soit en nourrissant par leurs argiles ou leurs sels dissous des dépôts d'allure océanogène et qui passent en certain cas par des intermédiaires biologiques (exemple des coccolithes).

La destruction des grandes formations sablonneuses plio-quaternaires d'Oranie, les affleurements sur le plateau de formations anciennes (gneiss immergés de La Pérouse et de la Pointe-Pescade, andésite du Banc de Matifou, crétacé des abords de l'Île-Plane, grès tyrrhénien d'Oranie ou de Castiglione, formations de « broundo » des régions de Bone-La Calle, etc.) et les produits de la destruction sur place de ces affleurements interviennent dans la sédimentation. Tous les stades de leur évolution se trouvent représentés depuis la formation en place à la formation altérée, et depuis la destruction de la formation à sa dispersion dans les sédiments actuels. Ces matériaux remaniés supposent en certains cas l'existence d'un niveau moyen relatif de la mer plus bas que le niveau actuel et rejoignent le groupe des « matériaux résiduels » que nous avons abordé plus haut.

Enfin la morphologie guide la sédimentation par l'existence de dépressions soumises à l'envasement (Baie d'Arzew, Golfe de Bone), de hauts fonds dénudés ou supports d'édifications corraligènes, et par ses effets de réfraction de la houle.

La répartition superficielle des sédiments algériens nous éloigne de la simplicité habituelle des formations néritiques anciennes. Mais on peut comparer sa complexité à celle, par exemple, de la Mer du Nord, des côtes pacifiques de États-Unis, des côtes d'Extrême-Orient ou du littoral français de la Méditer-

ranée, pour admettre qu'il ne représente pas dans la nature actuelle un cas particulier.

Un état proche de la stabilité serait peu probable au regard d'une telle hétérogénéité de facteurs. Outre les modifications climatiques post-néolithiques, nous savons par les travaux de différents auteurs sur la géologie du littoral algérien et en particulier sur les mouvements quaternaires ⁽¹⁾ que ce littoral a subi et subit encore des déformations importantes. Nous devons donc considérer qu'en dressant aujourd'hui la carte des faciès sur le plateau continental algérien, nous fixons en instantané un visage en évolution.

Nous insisterons, pour conclure, d'une part sur l'influence continentale trop souvent négligée au profit des actions marines et, d'autre part, sur la notion d'une sédimentation littorale en état de transition qui nous incite à ne pas rejeter trop hâtivement le schéma classique de la succession des faciès par granulométrie et caractère détritique décroissant, dont la géologie des périodes passées nous offre tant d'exemples et qui retrouve toute sa valeur dès que l'égalisation des facteurs, la diminution de leur nombre et la généralisation de leurs effets annoncent un retour à un état plus stable.

(1) A. ROSFELDER, *Serv. Carte Géol. Algérie, Trav. Coll.*, 1954, p. 57-106.

(2) J. BOURCART et L. GLANGEAUD, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4, 1955, p. 751-772.

(3) *Allan Hancock Found. Publ.*, n° 9, 1949.

(4) J. BOULAIN, *Bull. Soc. Hist. Nat. Afr. du Nord*, 1953, p. 235; et *Terres et Eaux* supp. scient., n° 2, p. 25-65.

(5) R. LAFFITTE, *Comptes rendus*, 215, 1942, p. 372; et Y. GOURINARD, *C. R. Congrès Géol., Int.*, 1952, fasc. 9, p. 21-38.

PALÉONTOLOGIE. — Une anomalie échinologique nouvelle.

Note de M^{lle} ROSELINE DE SAINT-SEINE, présentée par M. Pierre Pruvost.

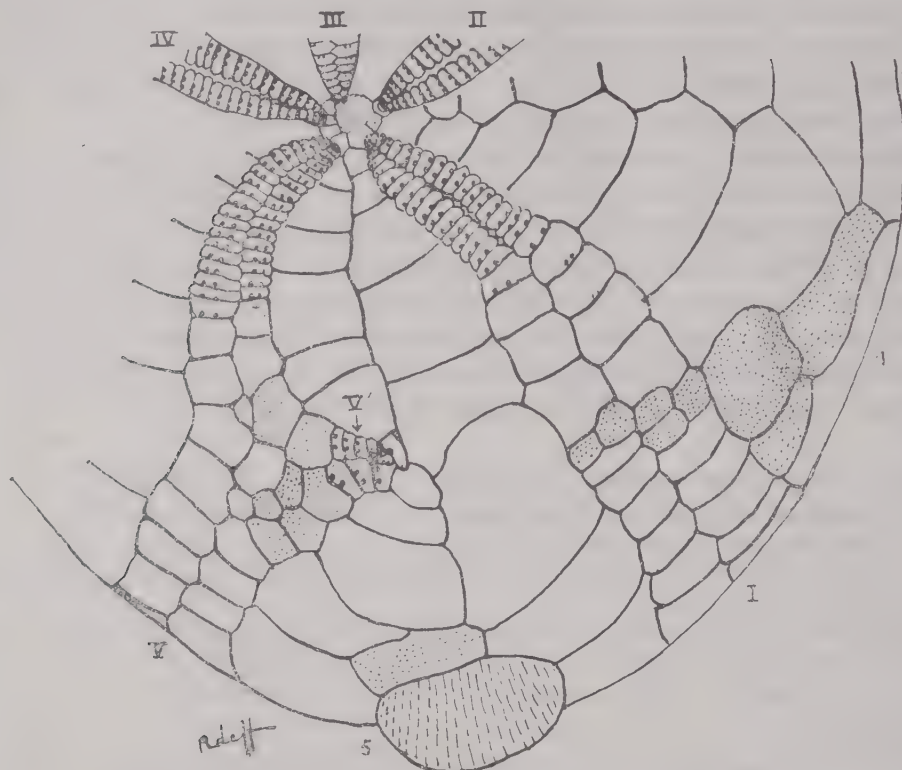
L'auteur décrit un *Micraster* hexamère dont un ambulacre se dédouble par bourgeonnement latéral, faisant intrusion dans l'interradius voisin.

Les collections du Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Paris possèdent un *Micraster coranguinum* hexamère, d'un type qui ne paraît pas avoir été signalé jusqu'ici.

La région antérieure de ce test est normale; mais ses ambulacres V et I ⁽¹⁾ et ses interambulacres 5 et 1 présentent, à des degrés divers, des anomalies.

L'AM V bourgeonne latéralement un AM surnuméraire V' qui fait intrusion entre les plaques de l'IA I adjacent. Certaines plaques de l'AM V sont atrophiées, mais toutes existent, et cet AM se termine par un pétale normal, un peu plus court que son symétrique de l'AM I. Les plaques surnuméraires formant l'AM V', ou communes à V et V', consistent en

sept plaques sans pores, huit plaques porifères formant un court pétale, six ou sept très petites plaques (probablement des porifères atrophiées par compression), enfin une radiale normalement constituée pourvue d'un pore oculaire.



Micraster coranguinum Klein de Gravesend. Coll. Lambert, n° 1005. $\times 2,5$. Labor. de Géologie de la Faculté des Sciences de Paris.

En pointillé : plaques surnuméraires formant AM V ou communes à V et V', plaque anormalement placée de IA 5, plaques subdivisées de AM I et de IA 1. *En traits verticaux* : roche de remplissage du test faisant saillie par l'anus.

Les plaques de l'IA 5 sont atrophiées ou chiffonnées dans le voisinage de l'ambulacre intrusif : celles de sa rangée *a* sont anormalement nombreuses, certaines — sans qu'il soit possible de discerner lesquelles — représentant sans doute des témoins de demi-interambulacres surnuméraires atrophiés adjacents à l'AM V' et induits par sa radiale. Celle-ci, d'ailleurs, est visiblement en voie de dédoublement, coiffée d'une petite plaque interradiale.

L'AM I et l'IA 1 présentent un commencement de division, sans existence visible de radiale inductrice; l'une des plaques de l'IA 1 est anormalement protubérante.

Ce *Micraster coranguinum* présente une *hexamérie partielle*. Mais, alors

que tous les Échinides hexamères décrits ont leurs ambulacres surnuméraires — qu'ils soient ou non issus d'une bifurcation — dirigés vers l'apex et y aboutissant le plus souvent, celui-ci offre un cas, paraissant inconnu, de bourgeonnement latéral d'un ambulacre.

La cause immédiate de l'anomalie fut, sans doute, le dédoublement de la radiale V au cours de la croissance de l'Oursin, la radiale surnuméraire ayant alors induit la formation d'un court ambulacre et de quelques plaques représentant les demi-interambulacres adjacents à celui-ci. Quant aux divisions amorcées à l'AM I et à l'IA 1, en l'absence de toute radiale — phénomène exceptionnel — elles ont peut-être été induites par le bourgeonnement qui se déroulait dans la région symétrique du test.

(¹) Le chiffre indiqué est celui du Lovén.

PALÉONTOLOGIE HUMAINE. — *Le crâne d'enfant néanderthalien du Pech de l'Azé (Dordogne)*. Note de M. ÉTIENNE PATTE, présentée par M. Pierre Pruvost.

Trouvé à Carsac par Peyrony, le crâne moustérien du Pech de l'Azé est celui d'un sujet d'un peu moins de 30 mois. Du fait de son âge, il ne présente qu'atténués certains caractères néanderthaliens: ainsi la visière frontale apparaît extrêmement larvée, sans *fossa supraglabellaris*, le front est bien moins fuyant, la voûte moins basse, le basi-occipital moins incliné.

D'autre part, certains traits sont à la fois infantiles et néanderthaliens et peuvent ainsi se trouver exagérés: écaille temporale réduite et extrêmement surbaissée, bosses frontales fugitives, tympanique incomplètement ossifié, apophyse mastoïde réduite, extrême hauteur des orbites, saillie du nez, large branche montante de la mandibule, taurodontisme.

De nombreux traits sont entièrement d'Homme actuel: saillie du nez, avancée de l'occipital en pointe entre pariétal et temporal, ligne mylohyoïdienne très marquée, menton bien défini: les muscles petit-oblique et pathétique ne paraissent pas avoir différé de ce qu'ils sont en moyenne.

D'autres traits accusent déjà le type néanderthalien: bosse pariétale peu nette, face très longue, os malaires très effacés, fuyants, prognathisme dépassant celui des enfants actuels (bien que le prognathisme ne soit pas général chez les adultes), infléchissement des apophyses orbitaires externes, bec encéphalique du cerveau, trou sous-orbitaire bas, chute quasi-verticale de la grande aile du sphénoïde jusqu'à l'apophyse ptérygoïde, long processus nasal du frontal, musculature nuchale développée, région goniale tronquée, empreintes digastriques regardant presque parfaitement vers

le bas, ligne symphysienne antérieure pratiquement rectiligne et légèrement fuyante, bourrelet basal très accusé, insertion des génioglosses dans une *fossula supraspinata*, *planum alveolare*, muclcs ptérygoïdien interne probablement très développé.

En rapport avec le faible développement du cerveau antérieur, la voûte sus-orbitaire du frontal est très inclinée et la fente sphénoïdale l'est peu. Caractère archaïque très rare de nos jours, le trou mentonnier s'ouvre vers l'avant comme, en général, chez les *Anthropomorphes*.

La conservation d'une fosse canine peut être due à l'âge. A noter un *torus palatinus sagittalis*.

Ainsi, comme chez les adultes, il y avait, dans le crâne, mélange de caractères très diversement évolués, certains étant réputés très archaïques.

Quant aux dents, aucune ne présente de caractère simien; cependant la deuxième incisive inférieure présente une saillie distale à mi-hauteur, et sa face buccale montre une saillie submédiane bordée distalement par une gouttière, ce qui se retrouve chez les *Anthropomorphes*; mais il y a tant de variations que ce n'est pas caractéristique, l'ensemble de cette dent est parfaitement humain.

Caractère de primitivité, et rare de nos jours, il reste une trace de paraconide, comme fondue dans la crête limitant, en avant, le trigonide de la première molaire de lait.

Quelques traits rappellent au moins certains *Sinanthropes*, mais, aussi, bien des Hommes actuels : incisive supérieure « en pelle » (si fréquente chez les *Mongoloïdes*), racine relativement peu rétrécie de la première incisive inférieure, canines larges et basses, sillons verticaux sur les flancs des molaires lactéales et permanentes, complication relative des molaires, en particulier, foisonnement de cuspidioles accessoires dans le talonide de la deuxième molaire de lait inférieure, ce qui n'est qu'un caractère de spécialisation se rencontrant dans divers groupes (*Ours*, *Créodontes*, certains *Dryopithèques*, etc.).

Certains traits s'écartent carrément des formes simiennes : la deuxième incisive inférieure fait nettement transition entre incisive centrale et canine, celle-ci étant, d'ailleurs, ultra-humaine, remarquablement basse, à tranchants arrondis, très semblable elle-même à une incisive; la canine supérieure presque aussi longue que large est aussi très humaine et même d'un type extrême; la largeur de la première molaire de lait est très caractéristique. On sait que cette dent différencie nettement l'Homme des *Anthropomorphes*.

Chose assez rare aujourd'hui, mais connue chez les Néanderthaliens (Taubach, Krapina, Châteauneuf-sur-Charente), les racines de la première molaire de lait ne divergent pas, cela peut être dû à un retard de formation de la dent de remplacement.

Le contour ovale très large, s'effilant rapidement vers l'avant, de la deuxième molaire inférieure de lait écarte au maximum des Anthropomorphes et rapproche des fossiles de Gibraltar et de Krapina C ainsi que de modernes (Bushman, etc.); la première molaire supérieure de lait a ses crêtes linguale et buccale divergeant vers l'avant comme à Krapina.

A noter un tubercule de Carabelli très net à la deuxième molaire de lait et indiqué par deux sillons à la première molaire définitive; ce tubercule, très fréquent de nos jours et chez les Néanderthaliens, est infiniment rare chez les Singes.

La molaire supérieure définitive, vierge, porte de vigoureux sillons, découpant presque la *crista obliqua* en tubercules séparés; elle accuse la variabilité au sein de ces Hommes fossiles.

Les cavités pulpaire sont spacieuses, ce qui n'est pas dû seulement à l'âge; elles rappellent celles des dents de La Quina; de plus, les racines convergent légèrement et leur bifurcation est tardive, il y a donc taurodontisme très modéré; fréquent chez les Néanderthaliens où il est parfois extrêmement accusé, le taurodontisme indique spécialisation, non primitivité; avec le degré ici rencontré, il ne manque pas de nos jours.

Ainsi, une fois de plus, une denture très humaine est associée à un squelette à caractères archaïques nombreux.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les acides organiques des feuilles de Pelargonium peltatum et leurs variations en fonction de la durée de l'éclairement.* Note de M^{lle} JEANNINE GYR, présentée par M. Raoul Combes.

Les acides malique, tartrique, citrique, oxalique, succinique, aconitique ont été caractérisés dans les feuilles de *Pelargonium peltatum*. L'acidité des feuilles diminue fortement à la lumière en raison de la chute importante de la quantité d'acide malique. Le métabolisme de ces feuilles se rapproche donc de celui des feuilles de Crassulacées.

Les feuilles de *Pelargonium peltatum* L. sont très riches en acides organiques. Leur jus de presse a une acidité allant de 3,6 à 5 milliéquivalents et son pH peut atteindre 3,20.

J'ai recherché la nature des acides organiques présents dans ces feuilles. Après fixation et extraction, les extraits sont purifiés par passage sur des colonnes de résines synthétiques échangeurs d'ions. La désalification par passage sur la permutite C₃ permet le dosage de la somme des ions acides libres et des ions salifiés. Ces derniers représentent en moyenne 10 à 20 % des ions acides totaux.

L'analyse chromatographique des extraits purifiés de feuilles a permis l'isolement des acides suivants : acide malique, acide tartrique, acide

citrique, décelés antérieurement dans *Pelargonium* sp. par S. Ranjan et T. Raja Rao ⁽¹⁾, et des acides oxalique, succinique et aconitique.

Les acides présents en forte quantité sont les acides malique, tartrique et oxalique. Les autres acides n'existent généralement qu'à l'état de traces. La nature de ces différents acides a été vérifiée par la position des spots sur les chromatogrammes et par les conditions d'élution sur colonne de silice. Les faibles quantités d'acide citrique ont pu être dosées par la méthode de G. W. Pucher, H. B. Vickery et A. J. Wakeman ⁽²⁾.

Cette étude qualitative a été complétée par une étude des variations quantitatives des principaux acides par la méthode de G. Jolchine ⁽³⁾, dans les feuilles soumises à un éclaircissement prolongé. Seuls les acides malique et tartrique, présents en forte quantité, ont pu ainsi être isolés et dosés avec précision.

Les feuilles sont préalablement éclairées dans une atmosphère dépourvue de CO₂ afin de déterminer la nature des acides dont le carbone est utilisé au cours de la photosynthèse.

Le tableau suivant indique les résultats obtenus sur des feuilles témoins cueillies le matin (lot I), sur des feuilles soumises à un éclaircissement naturel de 8 h, complété par une illumination artificielle d'une durée de 17 h à 27° C (lot II), sur des feuilles soumises à un éclaircissement naturel de 8 h complété par une illumination artificielle d'une durée de 23 h à 27° C (lot III). L'acidité est exprimée en milliéquivalents par gramme de substance sèche.

Variations des teneurs en acides
(exprimées en milliéquivalents par gramme de substance sèche)
des feuilles de *Pelargonium peltatum*, en fonction de la durée de l'éclaircissement.

Durée de l'éclaircissement.	Acidité libre.	Acidité totale après désalification.	Acide malique.	Acide tartrique.
I. Témoin.....	4,30	4,80	3,05	0,70
II. 8 h + 17 h.....	2,50	3,30	1,48	0,97
III. 8 h + 23 h.....	1,82	2,48	0,80	0,73

Ces résultats montrent que l'acidité libre et l'acidité totale diminuent à la lumière. La diminution est d'autant plus importante que l'éclaircissement est plus prolongé. La diminution de l'acidité peut être rapportée en majeure partie à la disparition d'une fraction importante de l'acide malique. Il semble donc que ces feuilles ont un comportement qui se rapproche de celui des feuilles de Crassulacées, bien que leur teneur en acide citrique soit plus faible, et que l'acide isocitrique n'y ait pas été décelé.

⁽¹⁾ *Naturwissenschaften*, 21, 1955, p. 581.

⁽²⁾ *Indust. Eng. Chem. Anal. Edit.*, 13, 1941, p. 244.

⁽³⁾ *Bull. Soc. Chim. biol*, 1956 (sous presse).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de l'acide α -naphtalène acétique sur la croissance de cultures de Chlorella pyrenoidosa Chick.* Note de M^{lle} ANNE YVOX, présentée par M. Raoul Combes.

L'acide α -naphtalène acétique aux concentrations 10^{-5} et 10^{-6} stimule la croissance de *Chlorella pyrenoidosa* Chick sans intervenir sur le métabolisme photosynthétique. Il n'agit que lorsque la croissance est lente. En éclaircissement intense ces concentrations ont une action inhibitrice.

Il est toxique dans tous les cas à la concentration 10^{-4} .

L'action de l'acide α -naphtalène acétique sur la croissance de *Chlorella pyrenoidosa* Chick, souche Lefèvre a été étudiée. H. Tamiya et coll. (¹), J. Myers (²), étudiant la croissance de Chlorelles dans des conditions optimales de photosynthèse, pensent que le facteur limitant de la croissance comprend un ensemble de réactions appartenant au métabolisme cellulaire qui peut se dérouler à l'obscurité. Peut-on accélérer ces réactions à l'aide de substances de croissance, dans quelles conditions agissent-elles, quelles sont les incidences sur la photosynthèse? Telles sont les questions posées.

Différentes expériences ont été effectuées afin de déterminer d'abord les conditions d'action de l'acide α -naphtalène acétique. Les cultures sont faites dans des conditions aseptiques, à température constante (20° C). Elles reçoivent de l'air enrichi en acide carbonique (5 %) et, 12 h par 24 h un éclaircissement de 10 000 lx. La suspension des cellules et la diffusion de l'acide carbonique sont facilitées par une agitation continue.

Deux milieux sont utilisés. Ils ont les mêmes macroéléments : KNO_3 , $\text{Mg SO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$, KH_2PO_4 , $\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$, selon Tamiya. Pour l'un, les microéléments sont fournis par les solutions A₆ et B₆ d'Arnon (³), pour l'autre, par la solution d'Hutner selon Tamiya. La croissance est plus rapide dans ce dernier milieu en raison de la plus grande richesse en microéléments. Différentes quantités d'inoculum sont utilisées pour que les cultures débutent dans la phase de latence de la croissance ou dans la phase exponentielle. La croissance est mesurée par détermination du volume cellulaire après centrifugation d'une partie aliquote, tous les deux ou trois jours.

Parmi les quatre concentrations d'acide α -naphtalène acétique utilisées (10^{-7} , 10^{-6} , 10^{-5} , 10^{-4}) la première est inefficace; 10^{-4} est toxique, inhibe complètement la croissance si l'inoculum est faible et la ralentit si l'inoculum est dense. Seules les concentrations 10^{-5} et 10^{-6} ont une action positive et uniquement dans le cas où la vitesse de la croissance est lente et l'inoculum faible (milieu de Tamiya-Arnon) (fig. 1). Ces concentrations n'ont plus d'action quand la croissance est rapide (milieu de Tamiya-Hutner) (fig. 2) ou quand les inoculums sont élevés, les cultures débutant alors directement dans la phase exponentielle. L'absence d'action dans ces dernières conditions, ne

peut être attribuée à une insuffisance de lumière qui, par elle-même, limiterait la vitesse de croissance. En effet, en éclairement intense (30 000 lx), aucune action positive des concentrations 10^{-5} et 10^{-6} n'est décelable en présence du milieu Tamiya-Hutner. De plus, avec un inoculum faible, une action inhibitrice, limitée au début de la croissance de la culture, peut être décelée. Cette inhibition peut être rapprochée de celle observée par S. Algeus avec l'acide indol acétique (⁴).

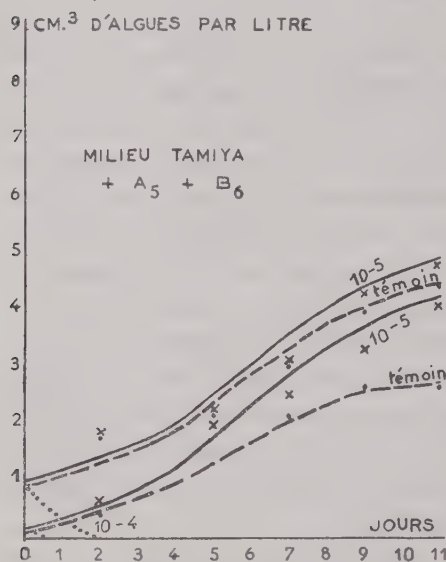


Fig. 1.

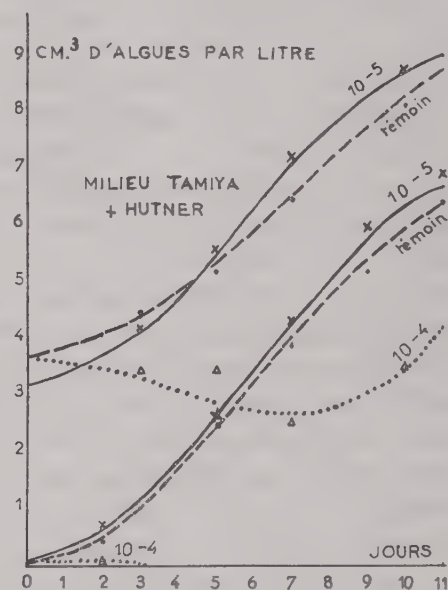


Fig. 2.

Fig. 1 et 2. — Action de l'acide α -naphtalène acétique, à différentes concentrations, sur la croissance de cultures de *Chlorella pyrenoidosa* (éclairage, 10 000 lux; température, 20° C).

Les mesures de l'intensité de la photosynthèse, faites selon la méthode de Warburg, montrent que la concentration 10^{-5} ne l'élève pas pour un éclairage de 10 000 lux, correspondant à celui de son action positive sur la croissance.

On peut en conclure que l'action positive de l'acide α -naphtalène acétique est indépendante du mécanisme photosynthétique. Elle est due à une accélération des réactions du métabolisme non directement soumis au facteur lumineux (métabolisme de fond). Son action sur la photosynthèse ne peut être que secondaire, par accroissement du nombre des cellules dans les cultures. Elle est, de plus, faible et ne se manifeste qu'en cas de croissance lente. Elle est nulle lorsque la croissance est rapide, quelle que soit la modalité de l'augmentation de la vitesse de cette dernière.

Enfin, en éclairage intense, l'acide α -naphtalène acétique exerce une

action inhibitrice sur la croissance, et, par voie de conséquence, sur la photosynthèse des cultures.

(¹) *Biachim. Biophys. Acta*, 12, 1953, p. 23-40.

(²) Communication au *World Symposium on Solar Energy*, Tucson (Arizona), octobre 1955.

(³) *Amer. J. Bot.*, 25, 1938, p. 322-325.

(⁴) *Botaniska Notiser*, 2, 1946, p. 129-280.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Premières études sur la répartition du potassium, du sodium, du calcium, du magnésium dans la fougère épiphyte Platycerium stemaria (Beauv.) Desv.* Note de M^{me} YVETTE BOYER, présentée par M. Raoul Combes.

Les dosages des éléments minéraux ont porté sur les différents organes de deux corbeilles de *Platycerium*, et leur sol d'épiphytes. Ils ont montré dans les parties vertes la richesse en potassium et magnésium, et la faible accumulation du calcium et du sodium. Les teneurs respectives sont inversées dans leur sol. C'est donc la nutrition en potassium et en magnésium qui pose des problèmes pour ces plantes.

Deux corbeilles de *Platycerium stemaria* (Beauv.) Desv. ont été récoltées en début de saison sèche, sur un Cocotier âgé, dans une plantation au bord de la lagune d'Abidjan (Côte-d'Ivoire).

L'une d'elles comprenait six *Platycerium*, tous au même stade, comportant des frondes pendantes vertes sans fructification, et des coques desséchées. L'observation de cette corbeille en serre, durant un mois, indiqua que les frondes pendantes avaient terminé leur développement, alors que de très jeunes coques faisaient leur apparition; celles ayant atteint leur taille définitive étaient desséchées à l'arrivée des échantillons en France; les plus anciennes étaient en partie nécrosées.

L'autre corbeille présentait des frondes pendantes jaunissant, une coque verte qui atteignait en grandeur la moitié des coques desséchées : cette corbeille était donc à un stade physiologique différent.

Chaque coque comprend deux parties :

1° La moitié supérieure, exposée à l'air sur ses deux faces, mince, parcheminée à l'état sec, avec des nervures très en relief; elle a un rôle collecteur par sa forme et sa position;

2° La moitié inférieure, très épaisse (1 à 4 mm selon l'endroit), avec des nervures apparaissant en creux à la face externe, faiblement en relief à la face interne. Des racines, qui explorent l'espace compris entre deux coques, prennent naissance à partir de certaines nervures. Cette partie de la coque, appliquée au support, est un réceptacle pour le sol et ses solutions.

Prélèvements. Les analyses ont porté sur les différents constituants des deux corbeilles :

Corbeille 1 : frondes vertes entières, *coques desséchées* divisées en trois lots, des plus jeunes aux plus âgées (lot n° 1 : coques entières; lot n° 2 : coques dont la moitié supérieure est réduite aux nervures seules; lot n° 3 : coques dont il ne reste que la partie inférieure), *contenu de la corbeille* passé au tamis n° 100 (norme internationale), ce qui permet de séparer le sol d'épiphytes s.st. et un refus de tamis composé de fragments de coques et de débris grossiers étroitement mêlés au « chevelu » radiculaire.

Corbeille 2 : une fronde jaunissant, une coque verte en voie de croissance et une coque desséchée entière.

Les dosages spectrophotométriques et volumétriques ont été faits à partir des cendres végétales et, pour le sol, à partir des solutions issues d'attaques nitriques à chaud. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-joint.

	Substance sèche totale (g).	Cendres % subs. sèche.	K		Na		Ca		Mg	
			% subs. sèche.	total (mg).	% subs. sèche.	total (mg).	% subs. sèche.	total (mg).	% subs. sèche.	total (mg).
Corbeille 1 :										
Frondes vertes...	4,00	8,92	3,23	129,2	0,23	9,2	0,56	22,4	0,68	27,1
Coques 1.....	12,60	3,15	0,49	101,7	0,23	28,9	0,93	117,2	0,35	44,1
» 2.....	8,30	3,26	0,24	19,9	0,09	0,7	0,89	73,9	0,22	18,1
» 3.....	4,25	3,24	0,27	11,5	0,09	0,4	0,79	33,6	0,24	10,1
Refus de tamis....	—	—	0,30	—	0,61	—	0,80	—	0,31	—
Sol (s. st.).....	—	—	0,32	—	0,43	—	0,48	—	0,40	—
Corbeille 2 :										
Fronde jaune.....	—	7,20	1,91	—	0,60	—	0,47	—	0,54	—
Coque verte.....	—	12,05	5,35	—	0,24	—	0,48	—	1,75	—
» sèche.....	—	3,14	0,40	—	0,24	—	0,80	—	0,28	—

Ces chiffres représentent les moyennes de trois dosages par prélèvement.

Les résultats concernant la corbeille 1 nous permettent d'établir les rapports suivants :

$$\frac{\text{Poids sec total des organes verts}}{\text{Poids sec total des coques}} = \frac{P}{P'} = 0,16,$$

$$\frac{\text{Potassium total des organes verts}}{\text{Potassium total des coques}} = \frac{p}{p'} = 0,97,$$

$$\frac{\text{Calcium total des organes verts}}{\text{Calcium total des coques}} = \frac{c}{c'} = 0,10,$$

$$\frac{\text{Magnésium total des organes verts}}{\text{Magnésium total des coques}} = \frac{m}{m'} = 0,37.$$

On peut en tirer les conclusions ci-dessous :

Potassium. — Les pourcentages aux différents niveaux et les rapports P/P' et p/p' indiquent une accumulation de cet élément dans les organes verts. Pour la corbeille 1, les coques des lots 2 et 3, et les deux fractions de sol ont des teneurs de même ordre, qui pourraient représenter une partie non mobilisable du potassium.

Sodium. — Le refus de tamis et le sol proprement dit ont des teneurs relativement élevées en sodium, de même que la fronde jaune. Ces teneurs coïncident d'ailleurs avec une pauvreté relative en d'autres éléments : potassium, magnésium, dans ces mêmes prélèvements. Cette coïncidence n'existe pas dans les autres prélèvements.

Calcium. — Cet élément est surtout stocké dans les coques et le refus de tamis, comme l'indiquent à la fois les pourcentages et le rapport c/c' .

Magnésium. — L'accumulation dans les organes verts est ici moins intense que dans le cas du potassium ($m/m' = 0,37$).

Notons par ailleurs : des essais de culture en milieu minéral carencé nous ont montré que la germination des spores de *Platyserium* est gênée par les carences potassiques et magnésiennes, mais insensible au manque de calcium et sodium.

Conclusion. — 1° En considérant le sol de l'épiphyte comme une résultante des apports minéraux du milieu ambiant et de la corbeille elle-même, et de l'exportation par les organes verts (chute des frondes après la production des spores) les éléments en excès sont le sodium et le calcium; le ravitaillement de la plante en potassium et en magnésium paraît plus critique.

2° Comme dans les Phanérogames, il y a antagonisme entre le calcium et le magnésium (faibles teneurs en calcium correspondant aux fortes teneurs en magnésium, et inversement).

3° Selon l'état physiologique, la répartition des éléments minéraux dans la plante est différente.

BOTANIQUE. — *Le point végétatif de Nicotiana Tabacum L. aux diverses phases de son développement.* Note de M^{lle} JANINE BONNAND, présentée par M. Roger Heim.

L'apex de *Nicotiana Tabacum* L. ne présente un corpus que lorsqu'il a formé quatre ou cinq premières feuilles. C'est lorsque la plante est en rosette que se précise la zonation du point végétatif. Le passage à la phase d'élongation est marqué par une différenciation et un regain d'activité importants du méristème médullaire et des tissus corticaux.

Le point végétatif de *Nicotiana Tabacum* L., plante qui fait l'objet de beaucoup de recherches physiologiques, est encore très imparfaitement

connu. Les travaux de A. Fardy, D. Schwartz et J. Cuzin ont pourtant rendu très vraisemblable que la zone qu'ils ont décrite sous les noms de *méristème latéral*, puis d'*anneau méristématique* correspond en réalité à l'*anneau initial* défini antérieurement par L. Plantefol chez diverses Dicotylédones. Mais les autres parties du point végétatif, indiquées seulement comme *méristème central*, n'ont pas été envisagées dans leur zonation et dans leur fonctionnement complexe.

1. Lors de la germination, au moment où s'épanouissent les cotylédons, le point végétatif de *Nicotiana Tabacum* L. (variété White Barley), très rudimentaire, est constitué par un petit massif de cellules présentant un état méristématique uniforme. L'ensemble figure une aire plane ou très légèrement convexe; en coupe transversale le scalp n'est jamais indépendant; il apparaît soudé aux jeunes primordiums. On peut distinguer deux assises cellulaires *tunicales*; elles sont constituées de cellules largement vacuolisées; le cytoplasme y est peu abondant, les noyaux sphériques renferment deux à trois petits nucléoles (diamètre : 1,5 à 2 μ). Immédiatement sous cette tunica, se localise le *méristème médullaire*. Il est réduit, à ce stade, à deux ou trois rangées de cellules prismatiques à grande vacuole unique, disposées en files longitudinales.

A un stade plus avancé (4-6 feuilles), entre la tunica et le méristème médullaire s'intercale un massif de cellules isodiamétriques constituant le *corpus*. Il contraste avec la région latérale dont les cellules présentent une coloration plus intense. A ce stade, on peut en effet distinguer, comme l'ont fait A. Fardy, D. Schwartz et J. Cuzin, deux territoires :

— l'un, latéral, constitue l'*anneau initial* de L. Plantefol; l'activité mitotique y est intense;

— l'autre, central, où l'activité mitotique est presque nulle.

Ce territoire central est formé par le corpus et la partie axiale de la tunica. A sa base, de rares divisions périclines fournissent quelques cellules au méristème médullaire. Cette zonation se précise au fur et à mesure de l'édification des feuilles. C'est au stade de 15 feuilles qu'elle semble la plus marquée. En même temps, l'aire apicale s'accroît considérablement par cloisonnements anticlines dans les régions latérales des assises tunicales et du corpus. Sa taille, qui est de 70 μ à l'épanouissement des cotylédons, atteint 220 à 230 μ au stade de 15 feuilles et 260 μ à la fin de la phase végétative.

2. L'étude de l'élongation de la tige lors du développement végétatif de *Nicotiana Tabacum* L. permet de mettre en évidence deux phases : 1^{re} la phase *rosette* durant laquelle l'allongement de la tige est pratiquement nul. Elle correspond à l'édification des 15 premières feuilles; 2^e la phase d'*élongation* qui dure non seulement jusqu'à la fin de la période végétative (30-33 feuilles), mais se poursuit encore ensuite jusqu'à la floraison.

Le passage d'une phase à l'autre s'accompagne d'une *dédiﬀérenciation* et d'un regain d'activité importants dans l'ensemble de l'apex, principalement au niveau du méristème médullaire et des tissus corticaux.

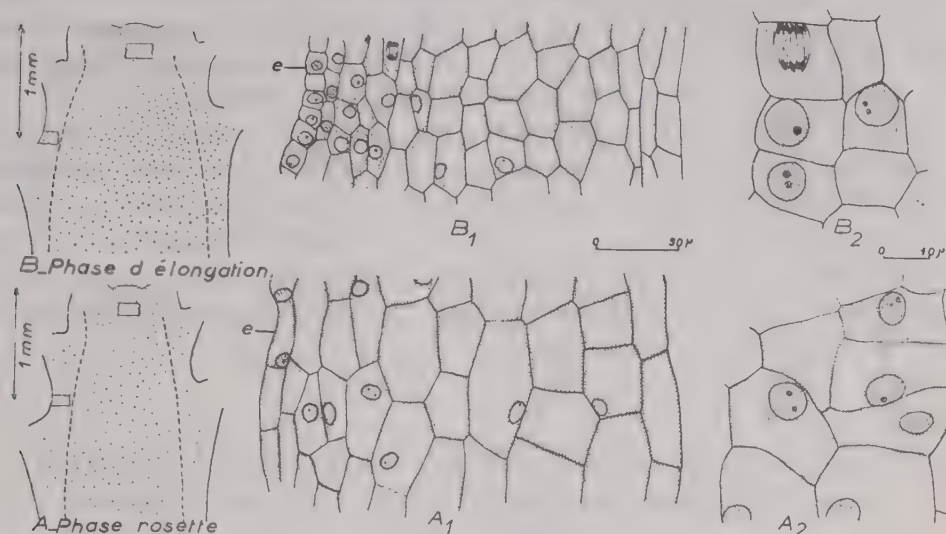


Fig. A. — Schéma du point végétatif de la plante en rosette, montrant la localisation des tissus étudiés en A₁ et A₂.

Fig. A₁. — Portion de l'écorce prise à 1 mm de la surface de l'apex. e, épiderme.

Fig. A₂. — Méristème médullaire.

Fig. B. — Schéma du point végétatif de la plante en cours d'élongation.

Fig. B₁. — Portion de l'écorce prise à 1 mm de la surface de l'apex.

Fig. B₂. — Méristème médullaire.

On voit l'opposition des caractères présentés en A₁ et B₁ dans l'écorce, en A₂ et B₂ dans le méristème médullaire.

En effet, dans la plante à l'état de rosette, les cellules du méristème médullaire ne présentent que faiblement les caractères de cellules méristématiques; on voit de grandes cellules à cytoplasme pariétal et vacuole unique occupant la presque totalité du volume cellulaire. Le noyau, sphérique ou subsphérique, appliqué contre la paroi, renferme un, deux ou trois petits nucléoles (diamètre : 1,5 à 2 μ).

Au moment où commence l'allongement (18-20 feuilles), il se produit une dédifférenciation marquée au niveau de ce méristème. L'activité mitotique, presque nulle durant toute la phase rosette, y devient intense. Les cellules se font plus courtes et plus étroites, le noyau plus volumineux; les nucléoles grossissent (diamètre : 2,5 à 3 μ) et le cytoplasme, plus abondant, renferme deux à trois petites vacuoles (fig. A₂ et B₂).

On remarque que la dédifférenciation qui envahit le méristème médullaire semble également affecter les cellules du corpus, dédifférenciation

principalement marquée par une réduction importante des vacuoles. Le contraste entre la partie centrale et l'anneau initial reste cependant évident jusqu'au stade préfloral, au moment où les premières mitoses apparaissent dans la partie apicale axiale du point végétatif (30-33 feuilles).

Les tissus corticaux subissent une évolution parallèle : réduction importante de la taille des cellules de l'écorce et surtout de celles de l'épiderme (*fig. A₁ et B₁*), et sans doute dédifférenciation corrélative.

Chez une plante en rosette et chez une plante en cours d'allongement, les entre-nœuds des feuilles les plus jeunes ont des hauteurs identiques. Or ils subiront des allongements différents. D'autre part, sur une plante en voie d'allongement, un entre-nœud nouvellement formé possède des cellules plus petites; elles sont donc plus nombreuses. Ainsi, dès sa formation, l'entre-nœud qui doit subir un très grand allongement comporte un stock de cellules plus important.

BOTANIQUE. — *Les poils pluricellulaires de Polygonum Fagopyrum L.*

Note de M^{lle} YVONNE JACQUET, présentée par M. Raoul Combes.

Les poils pluricellulaires de *Polygonum Fagopyrum L.* localisés sur la face interne des gaines et des ochréas sont d'origine épidermique. La formation débute par une dédifférenciation, suivie d'une mitose à direction anticline. La prolifération cellulaire se fait d'abord par des divisions transversales de la cellule apicale. Enfin des divisions longitudinales et un allongement cellulaire donnent la forme définitive.

Chez le *Polygonum Fagopyrum L.*, la face interne du tube cotylédonaire, des gaines et des ochréas porte des poils pluricellulaires. Ils sont quelquefois isolés, le plus souvent groupés en une touffe qui comprend deux à trois poils pluricellulaires (*fig. 1*). Chacun des poils se développe à une vitesse propre. La forme et la dimension définitive peuvent différer pour chacun d'eux. Souvent se trouvent réunis un poil globuleux et deux poils à cellules étagées dont l'un est parfois très long (0,3 mm).

Les poils se rencontrent sur des ochréas et des gaines d'âges différents à diverses phases de leur développement. En effet le moment et le mode de leur apparition, leur vitesse de développement et leur dimension définitive sont indépendants de l'organe qui les porte. Ainsi sur des ochréas jeunes les poils adultes semblent-ils très volumineux.

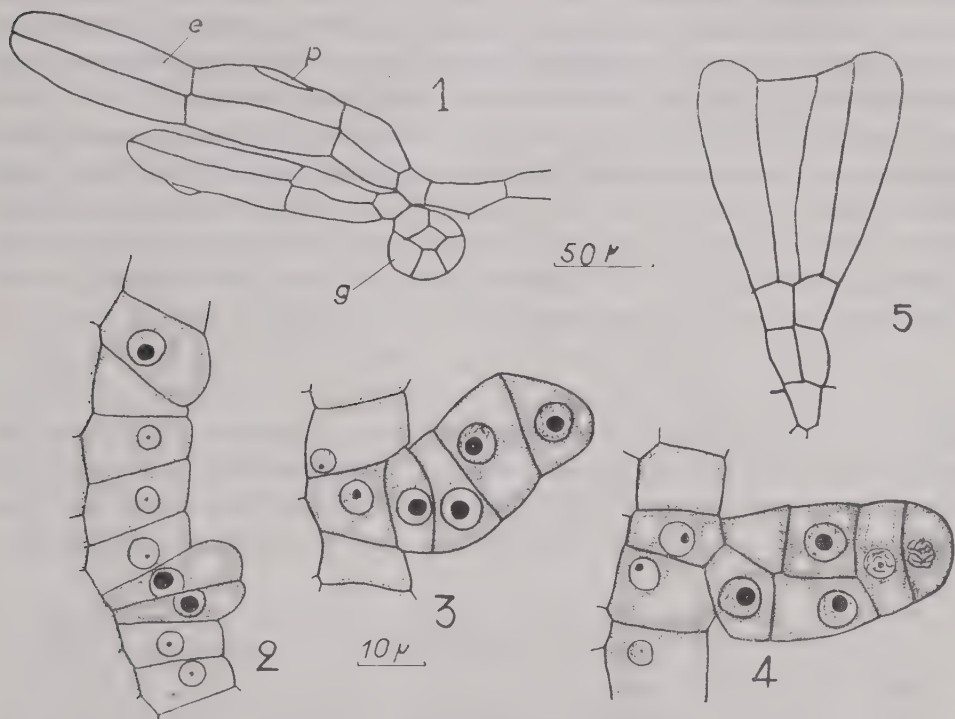
Les poils naissant à l'aisselle d'ochréas et de gaines jeunes subissent particulièrement des influences mécaniques au cours de leur croissance. Ils sont comprimés et déformés par les organes avoisinants; et souvent ils se rabattent contre la paroi de la gaine ou de l'ochréa dont ils sont issus.

Les poils ou les touffes de poils sont d'origine épidermique.

a. Pour les toutes jeunes ochréas ou gaines, les cellules qui donnent

naissance aux poils sont encore peu différenciées comme toutes les autres cellule épidermiques.

b. Pour les organes en voie d'élongation, il semble que les poils se forment à partir de cellules épidermiques différenciées, largement vacuolisées, mais dont l'élongation est moins importante que celle des autres cellules épidermiques.



Les poils cellulaires de *Polygonum Fagopyrum* L.

Formes de poils adultes :

1. Une touffe de poils pluricellulaires; *e*, poil à cellules étagées; *g*, poil de forme globuleuse; *p*, pustule renfermant le mucilage.
5. Un poil pluricellulaire évasé.

Étude de la formation d'un poil sur des coupes longitudinales :

2. *En haut*, une cellule épidermique dédifférenciée sort de l'alignement des autres cellules. *En bas*, la cellule épidermique dédifférenciée s'est divisée par cloisonnement anticipline.
3. Une succession de divisions transversales dans la cellule apicale a donné une file unicellulaire.
4. Les cellules de la file se sont divisées longitudinalement.
La cellule apicale se divise transversalement.

Dans tous les cas il y a une *dédifférenciation*. La cellule présente ensuite un noyau plus volumineux à gros nucléole et un cytoplasme plus chromophile et plus dense. Elle augmente de taille et se gonfle et ne peut que faire saillie et sortir de l'alignement des autres cellules (*fig. 2*).

Toutefois la première mitose que subit cette cellule est de direction

anticline, comme pour toutes les cellules épidermiques chez le Sarrazin. La cloison est située dans un plan perpendiculaire à la surface de l'ochréa (*fig. 2*), orientée soit parallèlement, soit perpendiculairement à l'axe de la tige. Dans chaque cas, avec une rotation de 90° le devenir de ces deux cellules sœurs peut suivre deux modes :

1° Une seule de ces deux cellules participe à la formation du poil. Par action mécanique, souvent, son cloisonnement est précédé d'une déformation; elle s'allonge, se rabat et recouvre l'autre cellule épidermique. Cette dernière conserve encore un certain temps un noyau volumineux à gros nucléole qui la distingue des autres cellules épidermiques.

2° Les deux cellules participent à la formation d'un même poil pluricellulaire mais le plus souvent elles sont le point de départ de deux poils pluricellulaires à cellules étagées, insérés côte à côte. Parfois, il apparaît à partir d'une cellule provenant du cloisonnement longitudinal d'une des deux cellules basales, un troisième poil de forme globuleuse (*fig. 1 g*).

La formation du poil implique deux phénomènes :

A. Il y a d'abord *prolifération cellulaire*. Pour un poil à cellules étagées :

1° La cellule basale se divise transversalement et redonne une cellule basale et une cellule apicale. La cellule apicale se divise à son tour transversalement. Une succession de divisions transversales dans la cellule apicale aboutira à une file unicellulaire (*fig. 3*), les cellules ont une section rectangulaire, plus large que haute tandis que la cellule apicale demeure arrondie.

2° A l'exception d'une ou deux cellules basales, les cellules de la file se divisent à leur tour longitudinalement (*fig. 4*), le cloisonnement atteint en dernier la cellule apicale.

a. Il n'y a plus de prolifération cellulaire par division transversale. Le poil ainsi formé est constitué de cellules étagées groupées par deux (*fig. 1 e*).

b. La prolifération cellulaire par division transversale se poursuit dans les deux nouvelles cellules apicales. Les cellules des deux nouvelles files se divisent ensuite longitudinalement. Ainsi le nombre de cellules par étage passe de deux à quatre. Le poil s'évase de la base unicellulaire au sommet (*fig. 5*).

B. Le poil s'accroît aussi par *allongement cellulaire*. Cet allongement atteint très peu les cellules basales. Les cellules d'un même étage prennent le plus souvent des longueurs identiques. Tandis que l'épaisseur des cellules épidermiques est environ 10 μ , l'allongement des cellules d'un poil peut atteindre 50 μ . Durant la prolifération cellulaire, les noyaux demeurent très volumineux et possèdent un gros nucléole (2 à 3 μ). Les cellules définitives de la base reforment un noyau plus petit. Au cours de l'allongement des cellules, les noyaux régressent. Ils finissent par présenter des

caractères de dégénérescence et se colorent uniformément par l'hématoxyline.

Le vieillissement du poil s'accompagne d'une cutinisation de la membrane. La coloration par le rouge soudan III teinte plus vivement les membranes des cellules basales formées les premières.

Les cellules des poils sont largement vacuolisées. Deux à trois vacuoles sont présentes dans les cellules assez méristématiques possédant un très volumineux noyau central; plus tard dans la phase d'élongation on ne retrouve plus qu'une grande vacuole centrale. Les vacuoles prennent avec le rouge neutre une teinte rose rougeâtre, cette coloration indique un contenu vacuolaire acide. Ceci serait vraisemblablement dû à la présence de composés tanniques puisqu'avec le bichromate de potassium un précipité brun caractéristique est obtenu.

Les poils sécrètent un mucilage qui s'accumule d'abord sous la membrane formant à la surface de petites pustules qui finissent par éclater. Ce mucilage est pectique, car il est coloré par le rouge de ruthénium.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — Identification de la weddellite et mise en évidence de l'ion ammonium dans les tumeurs expérimentales de *Pelargonium zonale*. Note de M^{me} SUZANNE BARBEZAT-DEBREUIL et M^{lle} JANINE SALMON, présentée par M. Antoine Lacassagne.

La méthode de Debye-Scherrer appliquée à l'étude des tumeurs de la tige de *Pelargonium* a permis d'identifier la présence passagère de l'ion ammonium au cours de la différenciation néoplasique. Elle signale en même temps l'existence d'un nouvel oxalate de calcium chez cette plante, la weddellite, et décrit ses fluctuations comparées à celles de la whewellite des tissus connexes.

L'apparition précoce et le développement de nombreux cristaux d'oxalate de calcium ont été signalés par P. Manigault ⁽¹⁾ dans les tumeurs de *Pelargonium*. L'observation des tissus connexes aux nodules tumoraux révèle en effet l'abondance constante de ces cristaux dont le nombre s'accroît manifestement dès la première semaine qui suit l'inoculation de germes actifs d'*Agrobacterium tumefaciens*. On sait que les cristaux en oursins tels que ceux-ci sont généralement formés chez les plantes de monohydrate d'oxalate de calcium (whewellite); l'identité de ce composé parfaitement défini a été vérifiée dans le cas présent au moyen de la diffraction aux rayons X. L'existence de ces cristaux n'est pas exceptionnelle chez le *Pelargonium* : la plante normale en élabore continuellement dans ses différents organes suivant des lois rigoureuses. Mais la frontière décrite par P. Manigault ⁽¹⁾ aux abords de la plaie d'inoculation, autour des massifs en prolifération indemnes de ces mêmes cristaux, suggérait à

l'auteur une relation entre leur présence et les processus de glycolyse pathologique propres à la tumeur. O. Warburg ⁽²⁾ avait montré auparavant pour les tissus tumoraux animaux la signification de processus vraisemblablement analogues et les avait liés aux phénomènes respiratoires particuliers de leurs cellules.

L'étude par diffraction aux rayons X a bien confirmé la présence abondante dans ces tissus du monohydrate d'oxalate de calcium quel que soit l'âge des tumeurs. Elle a permis en outre de déceler une autre forme de cristallisation de l'oxalate de calcium : il s'agit de la weddellite, hydrate appartenant au système quadratique [trihydrate d'après T. Pobeguïn ⁽³⁾], dihydrate selon F. Bannister ⁽⁴⁾ et d'autres auteurs]. De tels cristaux avaient été signalés chez quelques plantes. Cette substance, voisine de la whewellite, après avoir été découverte dans l'épiderme sain de *Pelargonium* par S. Barbezat ⁽⁵⁾, vient d'être retrouvée dans les tissus tumoraux de la même plante : la distribution de ces cristaux intéresse tous les tissus en prolifération; l'augmentation progressive de leur nombre au cours du développement des tumeurs contraste avec l'affaiblissement apparent des cristallisations de monohydrate d'oxalate de calcium. En effet, ce dernier, s'il persiste à la lisière des tumeurs les plus âgées, décroît sur les clichés, et ce fait s'explique par la prépondérance progressive du tissu tumoral proprement dit dans les tumeurs évoluées. Par contre, la quantité de weddellite semble presque atteindre la proportion moyenne de monohydrate d'oxalate de calcium en fin de différenciation tumorale.

Le même procédé de détection a permis également d'observer l'apparition de monohydrate d'oxalate d'ammonium en quantité très importante au sein d'une prolifération tumorale de six semaines. L'étude ayant nécessairement été faite sur tissus secs, l'existence du monohydrate d'oxalate d'ammonium identifié sur les clichés n'implique pas la présence certaine de cette forme stable dans la tumeur vivante, mais elle prouve la préexistence de l'ion NH_4 dans les tissus frais de l'excroissance.

Cette détection est d'autant plus significative qu'une étude parallèle menée sur les tissus sains (tige et bourgeon) n'a permis d'y découvrir aucune trace d'oxalate d'ammonium.

Il fallait rechercher confirmation chimique de la présence de l'ion ammonium détecté dans les tumeurs. Elle a été donnée par l'obtention d'un dégagement de gaz ammoniac sous l'action de la potasse et par la réaction de Nessler sur les mêmes tissus.

La présence de l'ion ammonium dans les formations néoplasiques ne semble pas fortuite; elle indiquerait le comportement réducteur des tissus tumoraux, fait en accord avec certaines observations sur les tumeurs animales, relatées plus haut, auxquelles il faut ajouter celles de P. Joyet-Lavergne ⁽⁶⁾ sur l'abaissement du pouvoir de catalyse d'oxydation intra-

cellulaire sous l'influence des cancérogènes dans les domaines animal et végétal. En raison même de cette ambiance réductrice, le fer dont la présence vient d'être mentionnée comme certaine dans les régions tumorales de *Pelargonium* par R. Lagrange ⁽¹⁾ et qui n'est d'ailleurs pas exclusive de ces tissus, se trouverait d'après des essais préliminaires à l'état ferreux et non ferrique; ce fait serait de nature à confirmer l'interprétation donnée ici de l'existence de l'ion NH_4^+ en milieu tumoral et à envisager la réduction éventuelle des nitrates en nitrites ou autres substances azotées pour expliquer la genèse de cet ion NH_4^+ .

La formation d'ammonium est postérieure à celle du monohydrate d'oxalate de calcium cristallisé, mais l'étude des tumeurs âgées de deux à trois mois a montré sa disparition précoce au cours de l'évolution tumorale; ce stade régressif semble bien donner à ce corps un rôle transitoire dans l'édification de la tumeur, contrairement aux substances calcoxaliques. Les observations microscopiques connues laissent dès maintenant pressentir pour les trois oxalates une localisation tissulaire probablement différente, mais l'état actuel de la technique employée n'a pas permis d'obtenir de précision supérieure au millimètre pour les zones prélevées de l'extérieur vers l'intérieur de la tumeur.

Signalons enfin l'existence d'autres substances cristallisables propres aux tissus néoplasiques, dont l'identification demeure actuellement difficile.

Cette étude, basée sur l'analyse par les rayons X, a donc permis de reconstituer les variations de trois substances dans les tissus tumoraux de *Pelargonium* : monohydrate d'oxalate de calcium (whewellite), weddellite et monohydrate d'oxalate d'ammonium, en fonction de l'évolution des tumeurs :

1° les cristaux de monohydrate d'oxalate de calcium se forment abondamment, puis tendent à régresser en fin d'évolution dans l'excroissance;

2° les cristaux de weddellite suivent la tendance inverse : leur enrichissement se poursuit avec l'âge des tumeurs;

3° le monohydrate d'oxalate d'ammonium apparaît plus tardivement par rapport au monohydrate calcique, mais sa disparition précède nettement l'amointrissement du sel de calcium. La plante l'utilise vraisemblablement à d'autres fins pour l'organisation de ses nouveaux tissus et sa présence est susceptible d'éclairer le mécanisme du développement tumoral.

(1) *Ann. Inst. Pasteur*, 83, 1953, p. 602.

(2) *Trav. Kaiser Wilh. Inst. fur Biol.*, trad. E. Aubel et L. Genevois, 2, 1928, p. 1.

(3) *Thèse*, Paris, 1943.

(4) *Discovery Rep.* (Cambridge), 13, 1936, p. 60.

(5) Travaux en cours de rédaction.

(6) *Protoplasma*, 41, 1952, p. 235.

(7) Travaux en cours de rédaction.

AGRONOMIE. — *Loi qui apparaît lorsqu'on examine le phénomène de la respiration pendant la maturation de la banane.* Note de M. ALEXANDRE TSALPATOUROS, présentée par M. Roger Heim.

Pour commercialiser la banane dont les lieux de production sont souvent très éloignés des lieux de consommation, nous savons que nous devons détacher les régimes de bananes de leurs plants à une époque où la maturation n'est pas encore commencée.

L'instant de la coupe doit être suffisamment rapproché de la période de maturité pour que le fruit soit le plus plein possible et suffisamment éloigné de cette même période de maturité pour permettre le transport des régimes par navires-bananiers jusqu'au lieu de leur consommation.

Nous savons encore que, sitôt après la coupe, le fruit poursuit une sorte de survie dont l'une des manifestations les plus étudiées est la respiration, c'est-à-dire l'émission de gaz carbonique accompagnée de production de chaleur, qui varie selon la température à laquelle on conserve les fruits jusqu'à leur maturation complète.

La figure 1 indique une gamme de courbes établies pour un fruit d'une provenance donnée ayant voyagé dans des conditions déterminées et ayant subi des traitements également déterminés.

Chacune de ces courbes donne la quantité en milligrammes, par kilogramme de bananes et par heure, de gaz carbonique émis en fonction du nombre de jours (ou d'heures) qui se sont écoulés depuis l'instant de la coupe.

En réalité, pour la ou les lois que nous voulons faire apparaître aujourd'hui, nous n'avons pas fait figurer les courbes à partir de l'instant précis de la coupe, mais nous les avons commencées quelques jours après celle-ci.

Ce qui nous intéresse aujourd'hui concerne ce qui se produit entre les points des courbes a_1-b_1 , a_2-b_2 , ..., c'est-à-dire pendant ce que nous appelons période climactérique ou « de tournage proprement dit », par opposition à la période précédente appelée préclimactérique.

Pendant cette période climactérique une certaine quantité de gaz carbonique est dégagée, quantité qui nous est donnée en faisant le produit du nombre d'heures pendant lesquelles cette émission s'opère par l'ordonnée moyenne de chacune des courbes établies aux différentes températures.

Cette émission globale de gaz carbonique peut être scindée en deux :

1° La quantité de gaz carbonique émis à la même cadence que celle de la période préclimactérique, comme si le déclenchement climactérique (points a_1 , a_2 , ...) n'avait pas eu lieu.

2° La quantité de gaz carbonique émis en supplément de la quantité

précédente et correspondant au dégagement accéléré entre les points a_1-b_1 , a_2-b_2 , ...

Nous faisons abstraction de la première quantité et nous retenons seulement la seconde qui ressemble à une véritable exhalaison que nous avons appelé « soupir d'agonie ».

Nous avons alors établi le tableau I qui, dans sa quatrième colonne, nous indique les quantités en grammes de gaz carbonique dégagé pendant toute la durée de la période climactérique ou de tournage.

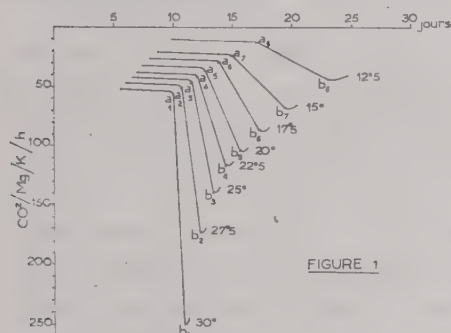


FIGURE 1

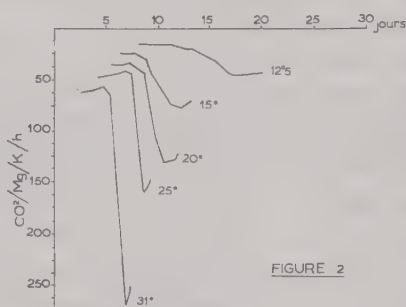


FIGURE 2

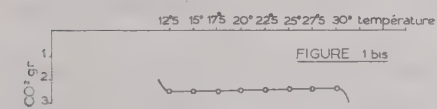


FIGURE 1 bis

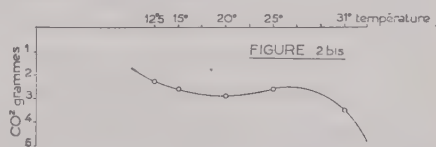


FIGURE 2 bis

TEMPÉR.	DURÉE DU TOURNAGE	CO ₂ /mg/k/h	TOTAL CO ₂ PENDANT TOURNAGE SEUL, ET JUSQU'À SA FIN
30°	25 h.	100 mg	2,5 g. env.
27°5	40	64	2,5 "
25°	50	50	2,5 "
22°5	60	40	2,5 "
20°	66	37	2,5 "
17°5	82	30	2,5 "
15°	104	24	2,5 "
12°5	144	17	2,5 "

supplément d'au soupir d'agonie

TEMPÉR.	DURÉE DU TOURNAGE	CO ₂ /mg/k/h	TOTAL CO ₂ PENDANT TOURNAGE SEUL, ET JUSQU'À SA FIN
31°	33 h. 5	102 mg.	3,5 g.
25°	43	60,5	2,5 "
20°	65	45	2,9 "
15°	96	27	2,6 "
12°5	144	16	2,3 "

supplément d'au soupir d'agonie

Ainsi que nous le constatons, cette quantité, qui correspond au « soupir d'agonie », est constante pour toutes les températures de conservation de nos fruits.

Nous avons à la suite établi la courbe de la figure 1 bis qui représente, en fonction de la température, le nombre de grammes de gaz carbonique émis dans les conditions définies ci-dessus.

Le centre du palier de cette figure correspond à 21°,25.

Parallèlement, à titre de vérification, nous avons établi le tableau II et la figure 2 bis qui représente une courbe en forme d'S couché, avec les courbes de la figure 2 représentant les résultats expérimentaux du chercheur anglais Gane (¹), légèrement retouchés par les données d'Olney (²).

La courbe S de la figure 2 bis présente un point d'inflexion, aux environs de 22°,5 qui constitue le centre d'une sorte de palier qui s'étend à droite et à gauche de ce point.

Nous pouvons considérer les quantités de gaz carbonique émis et figurant

sur le palier comme constantes, compte tenu de l'hétérogénéité des fruits et des petites erreurs qui accompagnent fatalement l'observation du phénomène de la respiration en fonction de la température seulement.

La différence de détail entre les courbes des figures 1 *bis* et 2 *bis* provient de ce qu'elles ont été établies avec des variétés de bananes différentes, qui ont voyagé dans des conditions différentes et subi des traitements différents.

Quoiqu'il en soit, en attendant les résultats définitifs des travaux dont la figure 1 n'indique que les prémices, nous croyons discerner une loi générale importante.

Mais pour bien saisir cette loi, il faut signaler que tous les mûrisseurs savent empiriquement que les fruits mûrissant autour de la température correspondant au point d'inflexion, ou si l'on veut au centre du palier d'inflexion, des courbes en S des figures 1 *bis* et 2 *bis*, conservent une très bonne qualité, on dit même la meilleure.

Or, la notion de qualité d'une banane mûrie est jusqu'à présent incertaine. On l'accompagne de la notion de saveur, d'odeur, de mollesse, etc., et, pour la déterminer plus exactement, on a recours à des jurys de dégustation dont on peut aisément se convaincre qu'ils ne peuvent donner une définition rationnelle acceptable.

Il semble que si l'on décidait de définir cette notion de qualité de la banane mûrie artificiellement dans les mûrisseries métropolitaines par le nombre de grammes de gaz carbonique correspondant au point d'inflexion (quand il y en a un) ou au centre du palier d'inflexion de nos courbes en S des figures 1 *bis* et 2 *bis*, on aurait un chiffre exact, donc plus sérieux que toute autre description, même émanant du meilleur jury de dégustation.

Ces observations nous ont ainsi conduit à la loi suivante :

Pour que des bananes d'une provenance déterminée, et ayant subi des traitements déterminés, mûrissent en conservant leurs meilleures qualités, il faut et il suffit qu'elles mûrissent à l'intérieur d'une zone de températures (et le plus près possible du centre de cette zone) telles que le dégagement de gaz carbonique en supplément du dégagement normal du prétournage soit égal, à toutes ces températures, et qu'il soit par conséquent constant.

Nous pouvons également énoncer le corollaire suivant de la loi précédente :

Si les quantités de gaz carbonique dégagé au titre de supplément (comme précédemment défini) pendant le période climactérique, à différentes températures à l'intérieur d'une zone de températures déterminées, sont égales entre elles donc constantes, nous pouvons affirmer que les bananes dont il s'agit mûrissent en conservant leurs meilleures qualités si l'on s'évertue à opérer à une température aussi voisine que possible du centre de cette zone.

Si l'on se rappelle que la détermination de cette quantité de gaz carbonique peut se faire aujourd'hui très facilement, soit en mesurant directement le gaz carbonique dégagé, soit en observant les changements de couleur de la peau du fruit et qu'en consultant un chronomètre et un thermomètre on fasse le calcul, comme pour nos tableaux précédents, on se rend compte de l'intérêt à la fois théorique et pratique des lois précédentes.

(¹). *New Phytologist*, 1936.

(²). *Bot. Gaz.*, 1926.

PHYSIOLOGIE. — *Étude du métabolisme des glucides de structure.*

Excrétion urinaire d'acide α -cétoglutarique. Note de M. PAUL FOURNIER et M^{lle} ALICE DIGAUD, présentée par M. Robert Courrier.

L'administration, à de jeunes rats, de divers composés structuraux : lactose, mannose ou glucosamine, conduit à la présence abondante dans leur urine d'un corps qui donne la réaction de Jaffé, mais qui n'est pas la créatinine. Ce corps est l'acide α -cétoglutarique.

A considérer l'effet des glucides sur l'utilisation du calcium, on peut proposer une nouvelle classification physiologique de ces composés. A certains, comme le glucose, le saccharose, l'amidon, peu actifs sur cette utilisation, est conservée la qualité d'énergétiques. D'autres, très efficaces sur l'ossification, sont nommés glucides de structure (¹). Parmi les nombreux membres de ce groupe figurent le mannose et le lactose. Des dérivés glucidiques manifestent aussi un fort pouvoir ostéogène. Ainsi, le sorbitol, l'acide gluconique, la glucosamine, sont tous beaucoup plus actifs sur l'utilisation du calcium que ne l'est le glucose, glucide auquel tous ces corps semblent pourtant très apparentés (²), (³).

L'ensemble de ces résultats d'expériences autorisait à rechercher des signes de l'existence d'un métabolisme glucidique plastique différent du métabolisme glucidique classique, essentiellement énergétique.

Des rats albinos de 50 g sont répartis en six lots de six animaux. Ceux du lot I reçoivent un régime de composition centésimale suivante : amidon, 81,5; caséine, 4; huile d'arachide, 8; levure, 3; mélange salin, 3 (¹): O₂Ti, 0,5. Le régime des rats des autres lots diffère du précédent par la substitution, à une proportion équivalente d'amidon, soit de 20 % de glucose, de saccharose ou de lactose (lots II, III et IV), soit de 12 % de mannose ou de 6 % de glucosamine (lots V et VI). Chaque rat reçoit trois gouttes d'huile de foie de morue par semaine. Ses urines sont recueillies et analysées.

La réaction de Jaffé, effectuée au moyen d'une solution d'acide picrique en milieu sodique selon la technique de R. Bonsnes et H. Taussky décrite pour le dosage de la créatinine (¹), révèle des différences importantes de la composition des urines. Les rats dont le régime est essentiellement composé de glucides énergétiques (lots I, II et III) éliminent, en moyenne, 1,7 mg de créatinine par jour, tout au long de l'expérience. Pour les trois autres lots dont les rats reçoivent des composés structuraux, lactose, mannose ou glucosamine, on observe une élévation progressive des valeurs fournies, dans l'urine, par la réaction de Jaffé. Après trois semaines d'expérience, cette valeur, exprimée en créatinine, atteint, en moyenne, 3 mg par jour.

Le dosage sélectif de la créatinine fondé sur son adsorption préalable par une terre activée, la remarquable résistance à l'ébullition prolongée en milieu sodique, de composés chromogènes non adsorbables, le développement pendant un long temps de la coloration que donnent les urines avec le réactif de Jaffé, montrent que les élévations de valeurs observées ne sont pas dues à une plus forte excrétion de créatinine. En fait, tous les corps qui présentent une disposition $\text{—CO—CH}_2\text{—}$ semblent pouvoir donner la réaction de Jaffé. Parmi ceux qui réagissent assez fortement, l'acétone et l'acide acétylacétique perturbent fréquemment le dosage de la créatinine (²). L'acide ascorbique a le même effet (³). Nous avons vérifié que ces corps ne sont pas responsables du haut pouvoir chromogène des urines. Cependant la réaction de Jaffé, effectuée sur les urines privées de créatinine par adsorption ou par ébullition en milieu alcalin, révèle que les rats qui reçoivent du lactose, du mannose ou de la glucosamine éliminent de 4 à 10 fois plus de substances chromogènes que les rats dont le régime ne comporte que des glucides énergétiques.

Après avoir été soumises à l'action de la 2.4-dinitrophénylhydrazine, puis privées des hydrazones formées par extraction au moyen de l'acétate d'éthyle, les urines ne donnent plus la réaction de Jaffé. Par agitation de leur solution dans l'acétate d'éthyle avec une solution aqueuse de carbonate de sodium, les hydrazones passent dans la phase aqueuse. Les substances chromogènes recherchées possèdent donc des propriétés d'acides aldéhydiques ou cétoniques. Parmi les acides organiques d'intérêt biologique, deux réagissent assez fortement avec le réactif de Jaffé pour que leur présence dans l'urine puisse rendre compte d'une activité chromogène notable. Ce sont, dans un ordre de réactivité croissante, les acides pyruvique et α -cétoglutarique (⁴). La solution des hydrazones dans l'acétate d'éthyle est soumise à une séparation chromatographique sur colonne d'alumine (⁵). Seule la fraction cétoglutarique recueillie révèle la présence d'une quantité abondante d'hydrazone. Le spectre d'absorption (maximum 390 et 530 m μ) et le point de fusion (F 217-218°) de cette hydrazone confirment l'identification. Le dosage colorimétrique de l'hydrazone cétoglutarique

indique que les urines journalières des rats qui reçoivent des composés de structure renferment, en moyenne, 12 mg d'acide α -cétoglutarique; celles des rats dont le régime est à base de glucides énergétiques n'en contiennent que 2 mg. Ces quantités rendent entièrement compte du comportement des urines à l'égard de la réaction de Jaffé.

La forte concentration en acide α -cétoglutarique d'urines d'animaux qui reçoivent divers composés de structure semble conférer, à ce groupe de composés, des qualités métaboliques particulières. Il est cependant curieux de constater que le premier indice favorable à l'existence d'un métabolisme de structure soit offert par un acide qui, classiquement, appartient au cycle d'utilisation des glucides énergétiques.

(¹) P. FOURNIER, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 718.

(²) P. FOURNIER, H. SUSBIELLE et Y. DUPUIS, *J. Physiol.*, 47, 1955, p. 793.

(³) P. FOURNIER, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 674.

(⁴) P. FOURNIER, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 304.

(⁵) *J. Biol. Chem.*, 158, 1945, p. 581.

(⁶) L. BINET, DEFFINS et F. RATHERY, *C. R. Soc. Biol.*, 77, 1914, p. 479.

(⁷) H. LESTRADET, J. GHATA et E. AZERAD, *Archiv. Biol. Med.*, 29, 1953, p. 114.

(⁸) H. TAUSSKY, *J. Biol. Chem.*, 208, 1954, p. 853.

(⁹) S. DATTA, H. HARRIS et K. REES, *Biochem. J.*, 46, 1950, p. 36.

PHYSIOLOGIE. — *Étude expérimentale peropératoire du rôle de la pression sous glottique sur la vibration des cordes vocales*. Note de MM. **JEAN PIQUET** et **GABRIEL DECROIX**, présentée par M. Léon Binet.

Au cours d'une laryngectomie transversale sous-glottique, les auteurs ont enregistré par cinématographie ultra-rapide, en couleurs, les vibrations des cordes vocales dans les conditions suivantes : 1° émission normale d'un son de fréquence donnée; 2° émission normale, avec mesure simultanée de la pression sous-glottique; 3° vibration des cordes vocales en dehors de tout courant d'air sous-glottique.

On constate : 1° que la pression n'intervient que dans l'intensité d'un son mais pas dans la fréquence; 2° les cordes vocales peuvent vibrer en l'absence de tout courant d'air.

« Le contrôle expérimental doit d'abord, quand c'est possible, être fait chez l'Homme à la faveur d'une opération. » Cette pensée de Leriche nous a incité à rechercher au cours d'une laryngectomie horizontale sus-glottique, sans trachéotomie préalable, le rôle de la pression sous-glottique dans la genèse des vibrations des cordes vocales.

Grâce au type d'intervention pratiqué, on obtient par l'ouverture pharyngée, une vue excellente sur la glotte. Une corde vocale est parfaitement mobile, l'autre est fixée en position paramédiane. On fait émettre par le sujet un son (voyelle A); on vérifie les fréquences et l'intensité. On ciné-

matographie à la caméra ultra-rapide, en couleurs, les vibrations des cordes.

On procède ensuite à l'ouverture de la trachée. On introduit par l'orifice une sonde de petit calibre, munie d'un ballonnet de caoutchouc qui permet d'éviter les fuites d'air. La sonde est reliée à un manomètre à eau. On fait émettre au sujet la voyelle A, dont on vérifie la fréquence et l'intensité; on note la pression indiquée par le manomètre et le son est enregistré au magnétophone. Plusieurs essais sont pratiqués. Un enregistrement des vibrations des cordes est pris à la caméra ultra-rapide. On constate les faits suivants :

1° L'intensité d'un son est en relation directe avec la valeur de la pression sous-glottique;

2° La pression sous-glottique pour un son relativement important est relativement peu élevée : pour un son de 70 phones : 24 cm d'eau; pour un son de 77 phones : 30 cm d'eau. Elle ne nous paraît pas suffisante pour faire fonctionner les cordes vocales comme si elles étaient une anche.

Nous avons pu constater que pendant l'émission d'un son soutenu, il n'y a pas de modification de la pression sous-glottique : le retour à l'accolement des cordes est un effet musculaire et non un effet de pression négative comme on l'a prétendu en considérant le fait comme une application de l'effet Bernouilli.

Dans le troisième temps de l'expérimentation, l'orifice de trachéotomie a été agrandi et une grosse sonde d'anesthésie munie d'un ballonnet a été placée dans la trachée, le bec de la sonde dirigé vers la bifurcation des bronches de manière à ce que le sujet puisse respirer comme avec une canule. Le ballonnet de la sonde est gonflé. L'étanchéité du système sonde-trachée est spécialement vérifiée par un assistant au cours de l'expérimentation. On a ainsi exclu complètement le larynx du système trachéopulmonaire.

On demande au sujet d'émettre le même son que précédemment. On constate :

1° Un mouvement normal d'adduction des cordes vocales;

2° Un mouvement de vibration de celles-ci, bien qu'aucun son ne soit perceptible, tout au moins en dehors d'un espèce de petit râle très court, d'une fraction de seconde.

Un enregistrement à la caméra ultra-rapide est pratiqué.

Les vibrations sont parfaitement enregistrées et en parfaite analogie avec les enregistrements précédents.

Il nous semble possible d'affirmer que les cordes vocales peuvent vibrer sans air pendant un certain temps (notre enregistrement est limité à une seconde); cette vibration ne produit pas de son audible, mais elle est parfaitement semblable aux vibrations des cordes avec production sonore.

Nous avons pu aussi noter les deux points suivants :

1° Une corde immobile, fixée en position paramédiane, peut vibrer.

2° Les vibrations de la corde ne sont pas d'emblée maxima mais progressives et correspondent, au point de vue progression d'amplitude, à ce qui a été décrit sous le nom d'effet Kaiser.

Nous pensons avoir ainsi montré que la pression sous-glottique n'est pas nécessaire pour assurer la vibration des cordes vocales, mais qu'elle joue un rôle capital pour déterminer l'intensité d'un son, mais absolument pas pour déterminer la hauteur tonale.

PHYSIOLOGIE. — *L'action de la quinidine sur l'activité électrique élémentaire du tissu conducteur du cœur de Chien.* Note de MM. **ÉDOUARD CORABŒUF**, **JACQUES BOISTEL** et **RENÉ DISTEL**, présentée par M. Léon Binet.

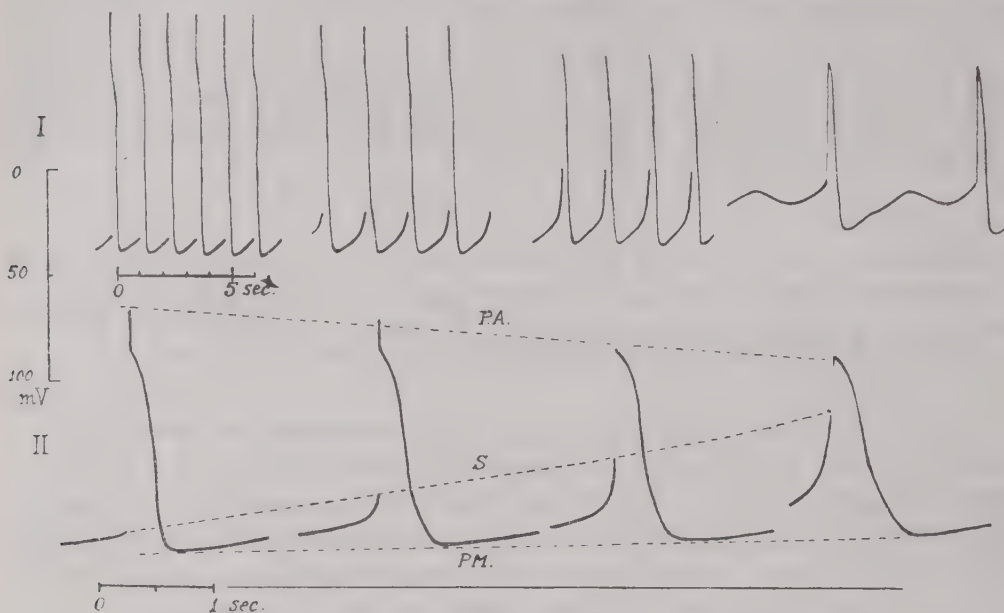
Les effets de la quinidine sur l'activité électrique du cœur ont été abondamment étudiés. Les techniques physiologiques classiques ont permis de mettre en évidence son action chronotrope négative : elle modère le rythme sinusal. Elle diminue par ailleurs la conductibilité et la contractilité, mais surtout l'excitabilité de la fibre myocardique. Ces qualités lui confèrent une action antifibrillante bien établie.

Il nous est apparu intéressant de suivre à l'échelle cellulaire, les modifications de l'activité électrique susceptibles d'apparaître sous l'action d'une telle substance, et de déterminer ainsi dans quelle mesure il est possible de retrouver dans l'électrogramme élémentaire, des particularités mises en évidence à l'échelle de l'organe entier. Weidmann a déjà montré à cet égard que l'action de la quinidine ressemble par certains aspects à celle de la cocaïne ⁽¹⁾.

Nous nous sommes adressés dans ce but à des fragments du tissu conducteur du cœur de Chien, maintenus en survie dans une solution de Tyrode légèrement modifiée. Une microélectrode interne, permettant d'enregistrer les potentiels cellulaires, est introduite dans une fibre de Purkinje et y demeure au cours de l'expérience.

La figure donne un exemple typique des tracés obtenus lorsqu'on fait agir sur une telle préparation une solution de Tyrode contenant de la quinidine à la concentration de 1/4 000". La figure comporte deux séries d'enregistrements, la série supérieure (I) correspond à une faible vitesse de balayage; la série inférieure (II), obtenue à une vitesse de balayage plus rapide, permet de saisir dans le détail, certaines modifications des tracés.

Nous avons précédemment décrit les manifestations électriques normales des fibres cardiaques au foyer de l'automatisme ⁽²⁾, ⁽³⁾, et montré comment l'établissement du prépotentiel précédant le potentiel d'action proprement dit, traduit la notion classique de seuil d'excitation.



Enregistrement des potentiels cellulaires de fibre de Purkinje du cœur de Chien, sous l'action de la quinidine au $1/4000^e$.

1. *Série supérieure.* — Enregistrements (à faible vitesse de balayage) pris à différents moments, au cours de cette action. On note l'augmentation progressive du seuil d'excitabilité, matérialisé en pratique par le niveau pour lequel le tracé devenant trop rapide cesse d'être visible (phase ascendante du potentiel d'action). On remarque également la diminution corrélative de la fréquence de l'amplitude et du potentiel de membrane maximum.

A droite, certains prépotentiels deviennent inefficaces.

2. *Série inférieure.* — Tracés enregistrés au cours de la même expérience à vitesse de balayage plus grande, montrant le détail des phénomènes. Les lignes pointillées matérialisent l'augmentation du seuil (S) et la baisse de l'amplitude du potentiel d'action (P. A) et de la polarisation maximum (P. M).

Lorsque la préparation est très excitable, le prépotentiel ne doit atteindre qu'une faible valeur pour amorcer le potentiel d'action. Au contraire, lorsque l'excitabilité de la préparation est faible, le prépotentiel s'élève beaucoup avant que le potentiel d'action proprement dit se déclenche. Le niveau du prépotentiel requis pour cette excitation apparaît sur les enregistrements sous la forme d'une interruption du tracé. En effet, la phase ascendante du potentiel d'action est le plus souvent trop rapide pour être visible sur l'écran de l'oscillographe. Ainsi donc, au foyer de l'automatisme, le prépotentiel lent joue le rôle de stimulus physiologique et déclenche la réponse propagée : plus le seuil d'excitabilité de la fibre pour la réponse propagée

est élevé, plus grande devra être la dépolarisation spontanée stimulante, et plus tardif sera le potentiel d'action. Ainsi, une élévation du seuil d'excitabilité se traduit par une augmentation de l'amplitude apparente du potentiel lent présystolique (prépotentiel local progressivement démasqué par le retard croissant de la réponse propagée). Elle se traduit également par une diminution de la fréquence et de l'amplitude du potentiel d'action. Cette dernière particularité s'explique par l'existence d'une relation très générale mise en évidence par Weidmann (¹) et selon laquelle l'amplitude de la pointe initiale est d'autant plus petite que cette pointe se déclenche pour une polarisation plus faible.

Toutes ces particularités se retrouvent sur les tracés ci-dessus. Elles apparaissent comme la conséquence d'une diminution de l'excitabilité de la fibre.

La diminution de l'excitabilité apparaît ainsi, à l'échelle cellulaire, comme le phénomène primordial, caractérisant l'action d'une substance telle que la quinidine.

Les autres manifestations : diminution du rythme et baisse de l'amplitude de la réponse, c'est-à-dire en fait diminution de la conductibilité, n'apparaissent que comme des conséquences de ce phénomène primaire.

Dans certains tracés, apparaît de plus une diminution de l'amplitude du plateau, qui prend un aspect triangulaire caractéristique (⁴). Ce phénomène correspond vraisemblablement à une diminution de la contractilité (⁵). Il semble bien, en effet, que, dans certains cas tout au moins, l'énergie de la contraction soit proportionnelle à l'amplitude du plateau du potentiel d'action (⁶); cette baisse de l'amplitude du plateau sous l'influence de la quinidine, qui apparaît assez mal dans le cas de la figure, est très nette par contre, dans certaines expériences. Corrélativement aux effets décrits ci-dessus, on assiste à une baisse de la polarisation maximum de la cellule.

Lorsque le seuil d'excitation devient trop élevé, certains prépotentiels peuvent ne plus présenter une amplitude ou une rapidité suffisante pour déclencher le potentiel d'action. Le quatrième tracé de la série I montre de tels prépotentiels, inefficaces à la fréquence de 1 sur 2. Une concentration supérieure de quinidine peut conduire rapidement à la disparition de toute activité propagée.

En conclusion, l'enregistrement des potentiels cellulaires du tissu conducteur du cœur de Chien sous l'action de la quinidine permet de retrouver, sur l'électrogramme élémentaire, les différentes caractéristiques de l'action de cette substance, mises en évidence sur l'organe entier. Une telle étude met en lumière par quel mécanisme la diminution primaire de l'excitabilité conduit au ralentissement du rythme et à la baisse d'amplitude de la réponse propagée, c'est-à-dire en fait à une diminution de la conductibilité.

- (¹) S. WEIDMANN, *J. Physiol.*, **129**, 1955, p. 568.
- (²) E. CORABOEUF, R. DISTEL et J. BOISTEL, *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 1927.
- (³) E. CORABOEUF, J. BOISTEL et R. DISTEL, *C. R. Soc. Biol.*, **149**, 1955, p. 1138.
- (⁴) S. WEIDMANN, *J. Physiol.*, **127**, 1955, p. 213.
- (⁵) E. CORABOEUF, R. DISTEL et J. BOISTEL, *Coll. Intern. Microphysiologie*, Paris, juillet 1955 (sous presse).

PHYSIOLOGIE. — *Effet de la teneur du régime alimentaire en calcium sur la sensibilité du Cobaye à l'histamine*. Note (*) de MM. **GUILLAUME VALETTE** et **CARLOS EDUARDO CALDERON**, présentée par M. René Fabre.

Ce travail est destiné à compléter les résultats exposés dans une précédente Note, concernant l'influence du taux en calcium du régime alimentaire sur la sensibilité du Cobaye à l'histamine. Les auteurs ayant administré ce toxique aux animaux, par voie intraveineuse et par voie orale, sont parvenus à des résultats qui confirment le rôle protecteur du calcium à l'égard de l'intoxication histaminique.

Dans une précédente Note (¹), nous avons rapporté les résultats des précédentes expériences, montrant que l'administration des sels de calcium au Cobaye confère à cet animal un état de résistance très net à l'égard des effets bronchoconstricteurs de l'histamine administrée par voie pulmonaire en aérosols.

L'objet du présent travail a été d'étendre et de préciser nos précédents résultats aux cas où l'histamine était administrée par voie intraveineuse et par voie orale.

Voie intraveineuse. — Des cobayes de poids compris entre 150 et 250 g sont anesthésiés à l'uréthane (1 g/kg par voie intra-péritonéale) et reçoivent par la veine jugulaire externe une solution de bichlorhydrate d'histamine à 0,2 mg/ml en injection au rythme de 0,5 ml/min. L'injection étant poursuivie jusqu'à la mort de l'animal, on note dans chaque expérience le volume de solution introduite au moment où l'arrêt cardiaque se produit (dose minimum mortelle).

Cette série d'expériences a été réalisée sur trois lots de cobayes; les animaux du premier lot avaient été soumis à un régime alimentaire considéré comme normal (choux et provende « Sorolabo »); les animaux du deuxième lot avaient reçu en plus de ce régime 100 mg de gluconate de calcium par voie orale chaque jour pendant les 8 jours précédents; les animaux du troisième lot ont été soumis également pendant 8 jours à un régime pauvre en calcium (pommes crues et riz poli cuit) complété par un apport convenable en vitamines. Les résultats obtenus figurent dans le tableau I.

Le calcul du coefficient « *t* » de Student-Fisher indique qu'il y a seulement une probabilité de 8 % pour que les différences entre les moyennes ci-dessus ne soient pas réelles, mais dues au hasard.

TABLEAU I.

Régime suivi.	Nombre d'animaux.	Moyenne des D. M. M. chl. histamine (μg pour 100 g).	Écart type.
Normal.....	5	241	22
Hypercalcique.....	8	354	41,2
Hypocalcique.....	7	171	19,4

Les animaux soumis au régime enrichi en calcium ont donc acquis une certaine résistance aux effets de l'histamine, alors que les animaux soumis au régime appauvri en calcium sont plus sensibles à ce toxique.

Voie orale. — Nous avons opéré sur 7 lots de 10 cobayes, de même poids que dans les expériences précédentes, et administré la solution de bichlorhydrate d'histamine au moyen d'une sonde gastrique; la même dose par kilogramme d'animal ayant été donnée à tous les animaux d'un lot, on note dans chaque cas le pourcentage de mortalité.

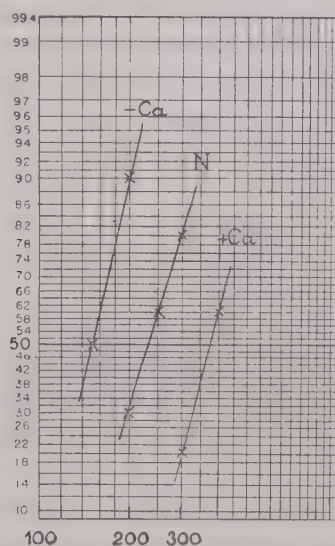


Fig. — Pourcentage de mortalité (échelle en probits), en fonction de la dose de chlorhydrate d'histamine (en mg/kg), administrée au Cobaye par voie orale. Influence du taux de calcium dans le régime alimentaire.

Les trois premiers lots ont été constitués par des cobayes soumis à un régime alimentaire normal; les animaux des deux lots suivants ont été soumis au régime hypercalcique; les cobayes des deux derniers lots ont reçu le régime pauvre en calcium. Le tableau II indique les résultats obtenus.

TABLEAU II.

Régime suivi.	Nombre d'animaux.	Dose de chl. histamine administrée (mg/kg).	Pourcentage de mortalité.	Écart type.
Normal.....	10	200	30	14,4
»	10	250	60	15,5
»	10	300	80	12,6
Hypercalcique.....	10	300	20	12,6
»	10	400	60	15,5
Hypocalcique	10	150	50	15,8
»	10	200	90	9,5

Les chiffres de ce tableau expriment, ici encore, une différence très nette entre les sensibilités à l'histamine des animaux des trois catégories et l'on peut, par simple interpolation (*fig. 1*), arriver à cette conclusion que le même pourcentage de mortalité (60 %) peut être théoriquement obtenu avec 250 mg d'histamine pour les cobayes soumis au régime normal, 400 mg pour les cobayes hypercalcifiés et 160 mg pour les cobayes décalcifiés. En d'autres termes, si l'on considère les valeurs extrêmes, on peut dire que, suivant le taux en calcium, du régime alimentaire appliqué aux animaux, la dose toxique d'histamine par voie digestive peut passer de 1 à 2,5.

(*) Séance du 20 février 1956.

(1) G. VALETTE et C. E. CALDERON, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1620.

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Identification dans le muscle latéral d'un Téléostéen (Tinca tinca L.) de deux systèmes moteurs, « lent » et « rapide ».* Note (*) de M. ANDRÉ BARETS et M^{lle} SIMONE LE TOUZÉ, présentée par M. Robert Courrier.

L'étude histologique du muscle latéral de certains Poissons Téléostéens a conduit récemment l'un de nous ⁽¹⁾, ⁽²⁾, à formuler l'hypothèse que les deux portions superficielle et profonde de ce muscle pourraient constituer deux systèmes moteurs distincts, respectivement « lent » et « rapide », comparables à ceux dont l'existence dans la musculature striée squelettique des Anoures est maintenant bien établie ⁽³⁾. Cette interprétation reposait en particulier sur les différences de calibre des fibres nerveuses motrices qui les innervent : fibres de petit calibre dans le cas du muscle superficiel, de gros calibre dans le cas du muscle profond. Par ailleurs, le mode de terminaison des fibres de grand diamètre dans le muscle latéral profond, très différent de celui que présentent ces mêmes fibres chez les Vertébrés

étudiées jusqu'ici, n'était pas sans rappeler au contraire la façon dont se terminent les axones moteurs de grand diamètre dans certains muscles de Crustacés, et posait de ce fait un problème particulier.

La présente Note rapporte les premiers résultats d'ordre physiologique obtenus chez la Tanche (*Tinca tinca* L.) qui possède, en ce qui concerne l'innervation motrice du muscle latéral, les caractéristiques les plus communes chez les Téléostéens.

1. La stimulation électrique directe, qui seule a pu être réalisée, du muscle latéral superficiel provoque une « contracture » (contraction lente à s'établir et durable). Cette réponse n'est obtenue qu'à la suite d'une stimulation répétitive et croît avec la fréquence des chocs jusqu'à une valeur maximale. Au contraire, la stimulation électrique du muscle latéral profond, directe ou par l'intermédiaire du nerf moteur, provoque une « secousse », obtenue coup pour coup. Ces deux types de réponse, conformes à ceux qui caractérisent respectivement les systèmes moteurs lent et rapide des Anoures, viennent à l'appui de l'interprétation suggérée par l'étude morphologique.

2. L'étude électrophysiologique du muscle latéral profond a été entreprise au niveau de la paroi de la cavité viscérale. Il est relativement aisé, avec cette préparation, de stimuler le muscle par l'intermédiaire de son nerf moteur, les divers potentiels étant recueillis au moyen d'une micro-électrode interne.

La vitesse de conduction des fibres nerveuses motrices (mesurée à la température d'environ 20° C) s'établit aux alentours de 30 m/s, valeur qui est à rapprocher du calibre de ces fibres, allant de 10 à 20 μ . Le potentiel de repos des fibres musculaires varie de 85 à 95 mV.

Lorsque le nerf moteur est stimulé au moyen d'un choc bref, unique, un potentiel local peut être recueilli, sans variations importantes, en n'importe quel point d'implantation de la microélectrode dans le muscle. Bien qu'aucune fibre musculaire n'ait pu être suivie avec certitude sur toute sa longueur, il est extrêmement probable qu'on se trouve en présence d'un potentiel « distribué » tout le long de chaque fibre. Ces potentiels, d'une amplitude pouvant atteindre 40 mV et présentant une durée totale d'environ 20 à 40 ms (*fig. 1*), sont accompagnés d'une contraction de la fibre musculaire. Lorsque l'intensité de la stimulation croît, l'amplitude du potentiel croît également, non pas de façon régulière mais par « sauts », deux ou trois de ceux-ci étant généralement détectés (*fig. 2a et 2b*) et chacun d'eux étant accompagné d'un accroissement de l'intensité de la contraction. Le potentiel obtenu à la suite du dernier saut, lorsque la fibre musculaire se trouve dans un état de fraîcheur suffisant, se présente de façon un peu particulière : il semble à première vue difficile de dire s'il est de même nature que les précédents ou bien s'il est identifiable à un potentiel en pointe, propagé, de type un peu spécial en ce qu'il n'atteint jamais la

valeur du potentiel de repos (au moins dans les expériences réalisées jusqu'ici). Un certain nombre d'arguments (sa nature diphasique en électrode de surface et son apparition après sommation des potentiels locaux à la suite d'une stimulation par double choc) rendent la seconde hypothèse la plus probable. Une publication prochaine reviendra d'ailleurs sur cette question.

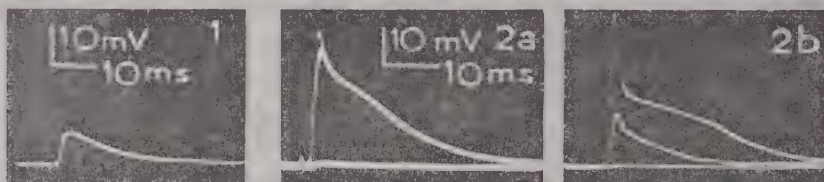


Fig. 1. — Potentiel local intra-cellulaire recueilli au moyen d'une microélectrode dans le muscle latéral profond, rapide, de la Tanche, après stimulation nerveuse.

Fig. 2 a et b. — Exemples de « sauts » que présente ce même potentiel au cours de stimulations par chocs d'intensité régulièrement croissante, montrant le caractère polyaxonal de chaque zone de jonction neuro-musculaire.

Ces résultats se trouvent en accord avec les données anatomiques. On sait ⁽²⁾ que les fibres du muscle profond reçoivent, chez la Tanche comme dans la très grande majorité des Téléostéens, une innervation motrice largement multiple : un certain nombre de terminaisons nerveuses se trouvent échelonnées sur toute la longueur de chaque fibre, dont le nombre et la répartition rendent compte du caractère distribué du potentiel local détecté réellement. On sait également que chacune de ces terminaisons nerveuses est complexe : les axones moteurs cheminent, jusqu'à leur extrémité, en petits trousseaux dans lesquels ils se trouvent le plus généralement au nombre de deux ou trois, et se terminent au voisinage immédiat les uns des autres. Cette disposition permet, semble-t-il, d'interpréter chacun des sauts que présente le potentiel local lorsque croît l'intensité de la stimulation comme la conséquence de la mise en jeu d'un axone supplémentaire.

L'ensemble de ces résultats confirme le caractère très particulier, déjà suggéré par la seule étude anatomique, du muscle latéral profond, rapide, de la Tanche : avec leurs potentiels locaux distribués et accompagnés d'une réponse mécanique (qui n'est pas de type tout ou rien mais peut être graduée suivant le nombre des axones moteurs mis en jeu) et leur potentiel propagé (?) plus ou moins abortif, ses fibres s'opposent à celles des muscles rapides des autres Vertébrés étudiés jusqu'ici. De tels caractères de la jonction neuro-musculaire ne se retrouvent, dans le cadre d'une contraction rapide, que dans la musculature des Crustacés — laquelle présente par ailleurs des particularités qui lui sont tout à fait propres —

après stimulation d'un axone moteur de grand diamètre (*), (†). On sait d'autre part qu'une jonction de ce type est au contraire caractéristique du système moteur lent décrit chez les Anoures.

(*) Séance du 20 février 1956.

(†) A. BARETS, *Arch. Anat. micr.*, 41, 1952, p. 305.

(‡) A. BARETS, *C. R. Soc. Biol.*, 149, 1955, p. 1420.

(§) S. W. KUFFLER, *Arch. exp. Pathol. Pharmacol.*, 220, 1953, p. 116.

(¶) B. KATZ et S. W. KUFFLER, *Proc. Roy. Soc. B*, 133, 1946, p. 374.

(§§) P. FATT et B. KATZ, *J. exp. Biol.*, 30, 1953, p. 433.

ENDOCRINOLOGIE. — *Action de la réserpine sur l'appareil génital de la Ratte adulte*. Note (*) de M. HERBERT TUCHMANN-DUPLESSIS et M^{me} LUCETTE MERCIER-PAROT, présentée par M. Robert Courrier.

L'administration sous-cutanée de 50 µg de réserpine, supprime après 3 à 4 jours de traitement, la kératinisation vaginale et provoque des modifications régressives de l'ovaire et du tractus génital. Les hormones sexuelles, benzoate d'œstradiol et progestérone, s'avèrent incapables de corriger les modifications induites par la réserpine. La sensibilité des récepteurs sexuels n'est pratiquement pas changée.

Nous avons précédemment montré (1) que la réserpine, alcaloïde extrait du *Rauwolfia Serpentina*, dont on connaît les propriétés hypotensives et sédatives (2), (3) exerce aussi une action très nette sur le cycle œstral de la Ratte. Trois à quatre jours après l'injection quotidienne de 50 µg de réserpine (*Serpasil Ciba*), la kératinisation vaginale cesse pour être remplacée par un état de diœstrus. Des faits analogues ont également été constatés par Gaunt (4) et P. Desaulles (5).

En vue de déterminer les causes de cette perturbation nous avons examiné les ovaires et le tractus génital de rattes, pesant 160-180 g, traitées par la réserpine ou par une association de réserpine et d'hormones sexuelles : benzoate d'œstradiol et progestérone.

Les durées de traitement et les doses des substances administrées sont indiquées dans le tableau qui résume les principaux résultats.

L'administration de réserpine modifie très rapidement la structure de l'ovaire, elle provoque une diminution du nombre des follicules, un développement exagéré de l'interstitiel et une involution prématurée des corps jaunes. Ces modifications deviennent déjà manifestes six à huit jours après l'institution du traitement et augmentent avec sa poursuite. L'atrophie folliculaire n'intéresse toutefois que les grands et moyens follicules, les éléments jeunes restent longtemps indemnes et sont encore susceptibles d'évoluer après l'arrêt du traitement.

Traitement.	Dose (μ g.).	Durée. (jours).	Ovaire.	Utérus.	Cycle vaginal.
Résérpine	50	15 35	Forte atrésie folliculaire. C. jaunes régressés. Interstitiel diminué	Atrophie des glandes. Chorion compact	Diœstrus permanent
Benzoate d'œstradiol	0,3	15	Légère atrésie folliculaire. C. jaunes normaux	Glandes bien développées. Chorion congestionné	Pro-œstrus permanent
Benzoate d'œstradiol	0,6	15	Légère atrésie folliculaire. C. jaunes, début de vacuolisation	Glandes très développées Chorion très congestionné	Pro-œstrus fréquent
Résérpine +	50	15	Forte atrésie folliculaire.	Glandes bien développées.	Diœstrus
Benzoate d'œstradiol	0,3		Début d'involution des C. jaunes		
Résérpine +	50	15	Forte atrésie.	Glandes bien développées. Métaplasie épithéliale	Diœstrus
Benzoate d'œstradiol	0,6		Interstitiel très développé. Transformation vacuolaire des C. jaunes		
Résérpine +	50	15	Forte atrésie.	Forte métaplasie épithéliale	Deux kératinisation
Benzoate d'œstradiol	1		Transformation vacuolaire des C. jaunes		
Résérpine	50	35	Légère atrésie.	Forte atrophie des glandes.	Trois à quatre kératinisation
Progestérone	10		Faible altération des C. jaunes		
Résérpine +	50	35	Légère atrésie.	Même aspect	Quatre à cinq kératinisation
Progestérone	10		Début de vacuolisation des C. jaunes		

Le tractus génital présente des signes de déficience hormonale très marqués : l'utérus est pâle, filiforme; par ses glandes atrophiques et son chorion compact il rappelle celui du castrat. La paroi vaginale est mince et l'activité mitotique de l'épithélium malpighien est réduite.

Ces signes de déficience hormonale nous ont incité à traiter trois groupes de rattes par une association de résérpine et de benzoate d'œstradiol à différentes doses et deux autres groupes par une association de résérpine-progestérone. Le benzoate d'œstradiol corrige l'atrophie utérine, mais est incapable de s'opposer aux modifications ovariennes et de rétablir un cycle œstral normal. La progestérone freine un peu l'involution ovarienne et permet d'obtenir quelques kératinisations vaginales irrégulièrement espacées. L'utérus par contre reste atrophique et sa diminution pondérale est encore de 70 %.

Dans une troisième série d'expériences nous avons essayé de voir si la résérpine ne modifie pas la sensibilité aux hormones sexuelles de l'utérus et du vagin. Des expériences faites sur quatre groupes de rattes castrées et traitées respectivement par 0,3 et 0,6 μ g d'œstradiol ou par une association de cette hormone avec la résérpine fournissent des résultats

analogues : forte hypertrophie utérine et kératinisation vaginale sensiblement identique pour les groupes correspondants. La réserpine ne modifie donc pas la sensibilité des récepteurs sexuels à l'œstradiol.

Nos observations conduisent à penser que les modifications de l'appareil génital observées sous l'effet de la réserpine ne sont pas dues à une action directe sur l'ovaire ou les récepteurs génitaux, mais plutôt secondaires à une perturbation du mécanisme de sécrétion gonadotrope de l'hypophyse. L'aspect cytologique de l'antéhypophyse de ces animaux qui sera prochainement décrit plaide en faveur de cette hypothèse.

(*) Séance du 13 février 1956.

(1) L. MERCIER-PAROT et H. TUCHMANN-DUPLESSIS, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 1935.

(2) H. J. BEIN, F. GROSS, J. TRIPOD et R. MEÏER, *J. Suisse Med.*, 83, 1953, p. 1007.

(3) R. MEÏER, J. H. BEIN, F. GROSS, J. TRIPOD et H. TUCHMANN-DUPLESSIS, *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 961.

(4) A. GAUNT, A. RENZI, N. ANTONCHAK, G. J. MILLER et M. GILMAN, *Ann. New-York Ac. Sc.*, 59, 1954, p. 22.

(5) P. DESAULLES, Communication personnelle.

ENDOCRINOLOGIE. — *Existence d'hormones stéroliques dans l'organisme de l'embryon de Poulet au cours de sa différenciation sexuelle.* Note (*) de MM. **ROLAND STOLL** et **ROLAND MARAUD**, présentée par M. Robert Courrier.

Les auteurs mettent en évidence l'élimination de 17 cétostéroïdes et de phénolstéroïdes par l'embryon de Poulet, dès le début de la différenciation sexuelle. Cette observation indique la présence d'hormones stéroliques dans la circulation embryonnaire, au cours de ce phénomène.

Durant l'ontogenèse normale, le tractus génital de l'embryon des Vertébrés se différencie dans un sens conforme au sexe génétique, grâce à l'intervention de substances inductrices de nature inconnue.

L'idée a été émise que des hormones stéroliques voisines des hormones génitales de l'adulte jouent ce rôle. L'interprétation est controversée, puisque de telles hormones n'ont pas été identifiées au cours de la différenciation sexuelle (1). La mise en évidence de substances à activité androgène chez les embryons de Veau [E. B. Womack et F. C. Koch (2); J. Atsumi (3); A. Raynaud (4)] et de Poulet [P. Leroy (5)] est intéressante à d'autres égards, mais ne résout pas le problème posé, car elle intéresse une période où la différenciation sexuelle est pratiquement réalisée.

D'un autre côté, J. Riboulleau (6), par des tests biologiques, détecte la présence d'un œstrogène dans l'œuf de la Poule lorsqu'il est fécondé. Dès la mise en incubation, son taux tombe à une valeur faible, pour remonter entre 12 et 16 jours chez l'embryon mâle. L'auteur ne déce-

pas d'androgène et admet que l'œstrogène dont il ne précise pas la nature, résulte de l'activité d'« organisateurs embryonnaires ».

En fait, si des hormones sexuelles stéroïques interviennent effectivement dans la différenciation du sexe, on peut s'attendre à retrouver leurs formes d'excrétion.

Dans cet ordre d'idée, nous avons recherché la présence éventuelle des 17 cétostéroïdes neutres et des phénolstéroïdes dans les liquides amniotique et allantoïdien de l'embryon de Poulet, en utilisant les méthodes préconisées par Jayle (⁷). On sait en effet, que l'élimination de ces substances traduit la présence dans l'économie, de diverses hormones stéroïdes d'origine gonadique ou surrénalienne dont certaines sont androgènes ou œstrogènes.

Nos investigations ont porté sur la période de différenciation de la gonade et des canaux de Müller (6 jours et demi à 10 jours) et également sur la seconde partie de l'incubation.

Les observations nous amènent aux conclusions suivantes :

1° Dès le début de la différenciation sexuelle, à 6 jours et demi, l'embryon de Poulet élimine des 17 cétostéroïdes neutres. Leur excrétion dans les liquides annexiels se poursuit ultérieurement en quantité progressivement croissante, pendant et après la différenciation du sexe (tableau).

Quantités, en microgrammes par sujet, des 17 cétostéroïdes neutres éliminés dans les liquides annexiels de l'embryon de Poulet au cours de son développement.

Age (jours).....	6 1/2	7	8	10	13	17			
Sexe.....	♂ et ♀			♂	♀	♂	♀		
Nombre de sujets.	54	30	30	14	12	8	10	7	3
17 cétostéroïdes..	Traces	4	5,6	4,7	6,2	19	20,2	18	43

De 6 jours et demi à 8 jours, période de la différenciation sexuelle, les deux sexes ne peuvent être séparés à l'examen macroscopique, et sont confondus lors des dosages.

Il ne nous paraît pas possible d'affirmer actuellement une différence significative dans l'excrétion de ces stéroïdes, suivant le sexe du sujet.

2° L'embryon de Poulet rejette également des phénolstéroïdes que nous avons identifiés au cours de la différenciation sexuelle. Ils atteignent des quantités relativement élevées, puisqu'à 8 jours chaque sujet élimine en moyenne 2,2 μ g de phénolstéroïdes et 1,5 μ g de folliculine dosés par référence à une solution d'œstrone de taux connu. Ainsi, à égalité de volume, la teneur des liquides annexiels en œstrogène est environ 20 fois plus élevée que celle des urines de la Femme en phase folliculinique.

3° L'élimination de ces deux types de substances signe la présence d'hormones stéroïques en circulation dans l'embryon de Poulet du début de la différenciation sexuelle jusqu'à la fin de l'incubation. Tout rapprochement actuel avec les résultats de Riboulleau reste encore prématuré,

car nous ignorons le lieu d'élaboration des substances que nous avons mises en évidence.

(*) Séance du 20 février 1956.

(¹) *Colloque sur la différenciation sexuelle chez les Vertébrés (Colloques Internationaux du C. N. R. S., Arch. Anat. Micr. et Morphol. Exp., 39, 1950.*

(²) *Endocrinology*, **16**, 1932, p. 267.

(³) *J. Chosen Med. Ass.*, **29**, 1939, p. 251.

(⁴) *Act. Scient. et Indust.*, 1942, p. 925-926.

(⁵) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 520.

(⁶) *Substances hormonales dans l'œuf et l'embryon des Oiseaux (Thèse Pharmacie, Paris, 1939).*

(⁷) *Techniques de Laboratoire*, Masson et C^{ie}, Paris, **2**, 1955, p. 166.

BIOLOGIE. — *Croissance phototropique chez les Bryozoaires du genre Bugula.*

Note de M. YVES AYMES, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans les rameaux de Bryozoaires du genre *Bugula* observés au laboratoire, le bourgeonnement terminal est en général arrêté. Le bourgeonnement des blastozoïdes par de jeunes oozoïdes provenant de larves récemment fixées cesse également assez rapidement. Par contre, on peut suivre, dans les conditions du laboratoire, le développement de diverses formations d'origine cystidiale et d'aspect stolonial, capables de différencier des zoïdes sur un ou deux rangs :

1° Les « rameaux adventifs » bourgeonnants décrits par M. Abeloos (¹) chez *Bugula neritina* L., qui sortent par l'ouverture d'une loge et constituent, durant quelques jours avant leur allongement, une massue fortement pigmentée;

2° Les stolons bourgeonnants, d'aspect analogue aux précédents, qui se développent sur des fragments isolés des gros stolons variqueux fixant normalement les colonies au substratum;

3° Les crampons adhésifs qui se développent, à partir des faces latérales ou des sections, sur les loges proximales d'un fragment de rameau isolé d'une colonie.

L'allongement de toutes ces formations est dû à l'activité de leur extrémité apicale.

La croissance terminale des stolons bourgeonnants des deux premières catégories est nettement influencée par la direction de l'éclairement. Mes premières observations ont porté sur des stolons de *Bugula avicularia* L. En modifiant, tous les quatre ou cinq jours, la direction du faisceau lumineux, j'ai obtenu, chaque fois, une brusque déviation vers la source lumi-

neuse de la croissance du stolon, déviation qui devient apparente, un ou deux jours après le changement de direction du faisceau, sous l'aspect d'un coude dont l'angle peut atteindre 90°. Le stolon, ainsi induit à s'allonger en ligne brisée, continue à différencier des zoïdes.

J'ai obtenu des résultats analogues, chez *Bugula neritina*, en éclairant des rameaux adventifs ou des stolons bourgeonnants secondaires. Dans le premier cas, lorsqu'on éclaire le rameau adventif encore au stade de massue, la croissance subséquente du rameau s'effectue d'emblée directement vers la source lumineuse. Par contre, lorsqu'on éclaire un rameau adventif en voie de croissance active, celui-ci ne prend souvent pas immédiatement la direction de la source, mais s'infléchit vers elle progressivement. Il semble donc que la durée de l'éclairement nécessaire pour induire une même courbure phototropique soit plus longue pour un bourgeon en voie de croissance que pour un bourgeon encore latent.

J'ai constaté l'existence d'une sensibilité à la lumière analogue dans les premiers bourgeons issus de l'oozoïde et dans les bourgeons terminaux des rameaux des colonies, dans les rares cas où j'ai pu observer leur croissance normale.

Dans tous les cas, la région sensible à la lumière où la courbure peut être induite est la zone terminale de croissance et la courbure phototropique résulte vraisemblablement d'une inégalité de croissance entre la face directement exposée à la lumière et la face opposée.

Chez *Bugula neritina*, il existe, dans les cellules mésodermiques, un pigment figuré soluble dans l'eau, étudié par G. Villela ⁽²⁾, qui peut exister sous deux formes, l'une oxydée pourpre, l'autre réduite jaune, toutes deux observables dans les cellules vivantes. Il est possible que ce pigment intervienne dans le métabolisme cellulaire. Il est toujours abondant dans la zone terminale de croissance des stolons bourgeonnants et il est possible qu'il intervienne dans le mécanisme de la courbure phototropique. J'ai obtenu une courbure phototropique en exposant des bourgeons à la lumière verte, qui correspond à la bande principale d'absorption de ce pigment dans le visible.

En résumé, la croissance terminale des stolons bourgeonnants de *Bugula neritina* et *B. avicularia* s'oriente vers une source lumineuse. En modifiant la direction du faisceau lumineux, on provoque à volonté une brusque courbure phototropique.

(¹) *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 654.

(²) *Proc. Soc. exp. Biol.*, New-York, 68, 1948, p. 531.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'existence de territoires de régénération des péréiopodes de l'Isopode Sphæroma serratum (Fab.).* Note de M^{lle} RENÉE AUDOINOT, présentée par M. Maurice Caullery.

L'extirpation complète de territoires morphogénétiques de régénération chez les Arthropodes, réalisée par J. Bourdon ⁽¹⁾ pour les ébauches imaginaires du Coléoptère *Timarcha gœttingensis* (L.), n'a pu être obtenue ni chez les Crustacés Décapodes ⁽²⁾, ni chez les Araignées ⁽³⁾.

J'ai repris l'étude de ce problème sur les péréiopodes de l'Isopode *Sphæroma serratum*, dont l'article coxal (plaque coxale) est anatomiquement annexé au thorax, la limite coxo-tergale étant indiquée du côté dorsal par une suture.

1° Lorsque la patte est sectionnée au niveau de l'articulation du basis avec la plaque coxale, elle peut être régénérée au bout d'une mue avec tous ses articles, qui se différencient en direction basifuge ⁽⁴⁾. La cavité articulaire coxale n'est pas remaniée pour s'adapter à la patte miniature régénérée.

2° Si on extirpe complètement la plaque coxale, en laissant en place le reste de l'appendice maintenu par les quatre muscles moteurs qui le relie au thorax, la plaque coxale peut être régénérée au bout d'une mue, mais la cavité articulaire régénérée est trop petite pour les condyles articulaires du basis qui ne subissent cependant aucun remaniement par morphallaxie.

3° Une extirpation complète de la patte et de la plaque coxale dépassant la suture coxo-tergale et empiétant sur le territoire thoracique est suivie d'une régénération dans tous les cas (30 sur 120 environ) où elle permet la survie de l'opéré et l'accomplissement de la première mue post-opératoire. Après celle-ci, on n'observe en général qu'une cicatrisation ou la mise en place d'une petite ébauche de plaque coxale. Mais, après la seconde mue post-opératoire, la régénération de la plaque coxale et de la patte est complète. La différenciation du régénérat est encore basifuge.

Ainsi, l'extirpation totale de tous les territoires épidermiques chitinisés se rattachant à l'appendice, plaque coxale comprise, n'empêche pas la régénération complète de l'organe.

Si l'on suppose que les propriétés spécifiques des territoires de régénération des Arthropodes ont pour substrat le tissu épidermique, il faut admettre qu'il n'existe pas de territoire de régénération limité à l'appendice : le territoire morphogénétique capable de régénération engloberait les portions du thorax voisines de la base de l'appendice.

Mais il demeure possible qu'un territoire de régénération propre à l'appendice ait pour substrat de ses propriétés spécifiques non l'épiderme, mais

les tissus mésodermiques. En effet, dans les extirpations aussi proximales que possible que j'ai pu réaliser, les muscles moteurs de la patte et le tissu conjonctif de la région n'étaient sans doute pas complètement absents. Des interventions d'un autre type seraient nécessaires pour exclure cette possibilité.

Il est à remarquer que, dans les ablations intéressant l'une seulement des surfaces articulaires de l'articulation basis-plaque coxale, la surface régénérée n'est pas immédiatement coaptée à la surface intacte par une morphallaxie de celle-ci. La coaptation des surfaces ne se réalise que secondairement, à mesure que la partie régénérée s'accroît. Par contre, lorsque plaque coxale et basis sont régénérés simultanément, les surfaces articulaires sont d'emblée coaptées. Cependant, la coaptation dans l'arthrogénèse ne résulte sans doute pas uniquement d'une interaction mécanique entre les surfaces articulaires en contact, mais aussi des corrélations entre les parties du champ morphogénétique dont le fonctionnement préside au développement et à la régénération de l'organe.

En résumé, la régénération des péréiopodes du Sphérome demeure possible après extirpation de la totalité des pièces chitinisées de l'appendice, de la plaque coxale et d'une partie du thorax. Le territoire de régénération, s'il existe, englobe une partie du thorax ou possède un substratum mésodermique. Les surfaces de l'articulation coxale ne sont d'emblée coaptées que lorsqu'elles sont régénérées simultanément.

(¹) *Bull. Biol. France Belgique*, 71, 1937, p. 466.

(²) L. NOUVEL-VAN RYSELBERGH, *Thèse*, Paris, 1935.

(³) P. BONNET, *Thèse*, Toulouse, 1930.

(⁴) M. ARELOOS et L. POTIER, *C. R. Soc. Biol.*, 94, 1951, p. 1529.

BACTÉRIOLOGIE. — *Les bactériocines sont-elles des substances antigéniques ?*

Note de M. YVES HAMON (¹), présentée par M. Jacques Tréfouël.

Les bactériocines : colicines et pyocines, injectées aux lapins, provoquent la formation d'anticorps neutralisants et précipitants. Le titre limite du pouvoir neutralisant atteint généralement 1/200^e. L'emploi des méthodes sérologiques dans l'étude des bactériocines revêt une importance certaine (classification de ces agents, dissociation des complexes antibiotiques et recherches diverses).

Les bactériocines sont des substances antibiotiques élaborées par les Entérobactériacées (colicines) (²), (³) et par les souches de *Pseudomonas pyocyanea* (pyocines) (⁴), (⁵). Elles possèdent une activité létale, une structure particulière, une nature protéique; leur gamme d'activité bien délimitée, s'étend d'une part aux Entérobactériacées (colicines), d'autre part aux Pseudomonadacées (pyocines).

Ces substances, injectées à un animal, se comportent-elles comme des antigènes ?

Les essais infructueux de A. Gratia ⁽⁶⁾ et de P. Fredericq ⁽⁷⁾, nous ont incité à reprendre l'étude de cet important problème : une protéine peut-elle ne pas être antigénique ?

Nous nous sommes adressé à des bactériocines dont il est possible d'obtenir facilement des préparations bien tolérées par l'animal et de titre élevé : nous avons choisi par des souches d'*E. coli* et de *Pseudomonas pyocyanea* qui élaborent leur antibiotique en milieu non choquant pour l'animal, constitué principalement ou exclusivement d'eau peptonée obtenue par hydrolyse trypsique (eau peptonée Vaillant 5 B).

Les souches utilisées possèdent, en outre, la propriété d'être inductibles par les rayons ultraviolets ⁽⁴⁾, ⁽⁸⁾ ce qui permet d'obtenir de hautes concentrations de bactériocine dans le milieu précité (inhibition aux dilutions 10^{-3} ou 10^{-4}). De plus, l'irradiation des cultures étudiées ici fournit des préparations contenant une seule bactériocine. Des lapins jeunes (2 kg) de races variées, ont reçu trois injections intrapéritonéales par semaine d'une dilution au $1/10^6$ en eau physiologique des différentes bactériocines (deux lapins pour chaque bactériocine). Après trois semaines, les lapins saignés à blanc, ont fourni des sérums neutralisants dont les titres figurent dans le tableau.

Titrage des différents sérums.

Cultures bactériocinogènes.	Milieux employés pour irradiation.	Titre de la colicine.	Dilutions des différents sérums.					Sérums lapins neufs.
			1/10.	1/100.	1/200.	1/500.	1/1000.	
Ec. 153 (1).....	EPV/10	IT. 10^{-3}	NT	NT	NP	o	o	o
Ec. 153 (2).....	EPV/10	IT. 10^{-3}	NT	NP	o	o	o	o
Ec. 153 (3).....	EPV/10	IP. 10^{-4}	NT	NT	NP	?	o	o
Ps. C 5 (1).....	EPV 12 cm ³	IP. 10^{-2}	NT	NT	NP	o	o	o
Ps. C 5 (2).....	eau φ 80 cm ³	IP. 10^{-3}	NT	NT	NT	NP?	o	o
Ec. TR2' (1)...	(EPV ₉ +B ₁)/10	IP. 10^{-3}	{	NT	NT	NP	o	o
Ec. TR2' (2)...								
Ps. C 10.....	(EPV ₉ +B ₁)/10	IT. 10^{-2}	NT	NT	NT	NT?	o	o

Légende :

Ec. 153 = *E. coli* souche n° 153. Ps. C 5 = *Ps. pyocyanea* souche C 5.

EPV/10, eau peptonée Vaillant 5 B diluée au $1/10^6$ en eau physiologique ;

eau φ , eau physiologique ;

(EPV₉ + B₁)/10, eau peptonée Vaillant 5 B, 9 cm³ + bouillon, 1 cm³ + eau physiologique, 90 cm³ ;

IT. 10^{-3} , inhibition totale à la dilution 10^{-3} ; IP. 10^{-4} , inhibition partielle à la dilution 10^{-4} ;

NT, neutralisation totale ;

NP, neutralisation partielle ;

o, pas de neutralisation.

Les sérums ainsi obtenus contiennent également des anticorps précipitants. Leur action est spécifique. La méthode de P. E. Howe ⁽²⁾ nous a

permis de localiser les anticorps dans les globulines du sérum et de concentrer ces anticorps.

Comme la sérologie des virus et en particulier des phages, la sérologie des bactériocines revêt une importance considérable : *a.* cette méthode peut être utilisée pour classer ces antibiotiques en indiquant l'identité ou la parenté sérologique des deux préparations, ou, au contraire, en excluant toute parenté; *b.* elle peut permettre de reconnaître et d'isoler les différents composants des complexes antibiotiques de colicines ⁽¹⁰⁾, ⁽¹¹⁾ et de pyocines; *c.* elle permet, en outre, de savoir si une souche bactériocinogène est également lysogène en éliminant l'action antibiotique de la bactériocine par le sérum neutralisant.

L'obtention des anticorps neutralisant et précipitant les bactériocines démontre que ces protéines antibiotiques n'échappent pas à la règle selon laquelle toutes les protéines sont antigéniques.

⁽¹⁾ Avec la collaboration technique de P. Ducrest et Y. Peron.

⁽²⁾ P. FREDERICQ, *Ann. Inst. Pasteur*, 84, 1953, p. 294.

⁽³⁾ Y. HAMON, *Ann. Inst. Pasteur*, 88, 1955, p. 193.

⁽⁴⁾ F. JACOB, *Ann. Inst. Pasteur*, 86, 1954, p. 149.

⁽⁵⁾ Y. HAMON, *Ann. Inst. Pasteur*, 1956 (en préparation).

⁽⁶⁾ *C. R. Soc. Biol.*, 93, 1925, p. 1040.

⁽⁷⁾ *C. R. Soc. Biol.*, 146, 1952, p. 1624.

⁽⁸⁾ F. JACOB, L. SIMINOVITCH et E. WOLLMAN, *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 1500.

⁽⁹⁾ *J. Biol. Chem.*, 49, 1921, p. 93.

⁽¹⁰⁾ A. GRATIA et P. FREDERICQ, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 29, 1947, p. 354.

⁽¹¹⁾ Y. CHABBERT, *Ann. Inst. Pasteur*, 79, 1950, p. 51.

Au cours de ce travail, nous avons appris que Gœbel et coll. (*Nature*, 176, 1955, p. 700), avaient obtenu un sérum neutralisant une colicine, préalablement purifiée par voie chimique.

A 15 h 40 m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

Sur la proposition du Comité National français de Mécanique, la délégation française à l'Assemblée générale de l'**UNION INTERNATIONALE DE MÉCANIQUE**, qui se tiendra à Bruxelles, du 28 août au 2 septembre 1956, est ainsi composée : MM. **JOSEPH PÉRÈS**, **MAURICE ROY**, Membres de l'Académie.

Sur la proposition du Comité National de Géographie, la délégation française à l'Assemblée générale de l'**UNION GÉOGRAPHIQUE INTERNATIONALE**, qui se tiendra à Rio de Janeiro, du 9 au 18 août 1956, est ainsi composée :

MM. GEORGES POIVILLIERS, Membre de l'Académie, **THÉODORE MONOD**, **HENRI GAUSSEN**, Correspondants, **MAXIMILIEN SORRE**, **ROBERT PERRET**, **LOUIS HURAU**, **ANDRÉ LIBAULT**, **PIERRE BIROT**, **JULES BLACHE**, **GEORGES CHABOT**, **JEAN DRESCH**, **M^{lle} MYRIEM FONCIN**, **MM. MAURICE PARDÉ**, **CHARLES ROBEQUAIN**, **PIERRE GEORGE**, **M^{me} JACQUELINE BEAUJEU**, **MM. JEAN ROBERT**, **HENRI ENJALBERT**, **LOUIS PAPY**, **FRANCIS RUELLAN**, **ROBERT CAPOT-REY**, **ANDRÉ ALLIX**, **RENÉ CLOZIER**, **PIERRE DEFFONTAINES**, **MAX DERRUAU**, **PAUL FÉNELON**, **PAUL VEYRET**, **M^{me} GERMAINE VEYRET**, **MM. MAURICE LE LANNOU**, **PIERRE MONBEIG**, **HILDEBERT ISNARD**, **ANDRÉ JOURNAUX**, **JEAN POUQUET**, **JEAN SERMET**, **JEAN TRICART**, **ANDRÉ CAILLEUX**.

Sur la proposition du Bureau de l'Académie, le **COMITÉ NATIONAL D'HISTOIRE ET PHILOSOPHIE DES SCIENCES** est ainsi constitué :

MM. GABRIEL BERTRAND, **MAURICE CAULLERY**, **LOUIS DE BROGLIE**, **JOSEPH PÉRÈS**, **RENÉ SOUÈGES**, **ROBERT COURRIER**, **ANDRÉ DANJON**, **PIERRE-PAUL GRASSÉ**, **ÉMILE GUYÉNOT**, **JEAN PIVETEAU**, Membres de l'Académie, **GASTON BACHELARD**, Membre de l'Académie des sciences morales et politiques, **GEORGES BOULIGAND**, Correspondant, **EDMOND BAUER**, **CHARLES BEDEL**, **CHARLES BRUNOLD**, **GEORGES CANGUILHEM**, **ALBERT CHATELET**, **MAURICE DAUMAS**, **JEAN-LOUIS DESTOUCHES**, **RENÉ DUBARLE**, **RENÉ DUGAS**, **M^{me} PAULETTE FÉVRIER**, **MM. PIERRE HUARD**, **JEAN ITARD**, **JEAN JACQUES**, **ALEXANDRE KOYRE**, **RAOUL-MICHEL MAY**, **RENÉ POIRIER**, **JEAN ROSTAND**, **RENÉ TATON**, **M^{me} MARIE-ANTOINETTE TONNELAT**, **M. ERNEST WICKERSHEIMER**.

Sur la proposition de la Commission des Unions scientifiques, les trois vœux suivants sont adoptés :

1^o *Crédits destinés à permettre aux spécialistes français qualifiés de prendre part en nombre convenable aux Réunions scientifiques internationales :*

L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

considérant que le nombre des assemblées générales des Unions scientifiques internationales, congrès, colloques et autres réunions scientifiques internationales est, chaque année, plus élevé, et qu'il importe grandement que la France puisse y être convenablement représentée par ses spécialistes qualifiés,

ÉMET LE VŒU,

que les crédits actuellement mis à la disposition de la Direction du Service des Relations Culturelles au Ministère des Affaires étrangères et du Service universitaire des Relations avec l'Étranger au Ministère de l'Éducation Nationale soient considérablement augmentés, et que des chapitres spéciaux soient envisagés pour ceux de ces crédits qui sont réservés aux réunions scientifiques.

2° Crédits nécessaires à la délégation française au XX^e Congrès international de Géologie :

L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

considérant que le XX^e Congrès international de Géologie, qui doit se tenir à Mexico, du 4 au 11 septembre 1956, constitue une réunion scientifique d'une importance d'autant plus grande qu'elle fait suite au Congrès de même nature qui s'est tenu à Alger, en 1952, et qui a eu, dans les milieux scientifiques internationaux, un retentissement considérable,

ÉMET LE VŒU,

qu'un crédit important soit mis à la disposition du Comité national de Géologie pour assurer les frais de mission de la délégation de 43 géologues de la France métropolitaine ou d'Outre-mer, qu'elle a constituée.

3° Crédits nécessaires à la délégation française au X^e Congrès international d'Entomologie :

L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

considérant que le X^e Congrès international d'Entomologie qui doit avoir lieu à Montréal, du 17 au 25 août 1956, constitue une réunion d'autant plus importante qu'elle se tient dans un pays de langue française et que les savants canadiens insistent pour que la délégation française soit aussi nombreuse que possible,

ÉMET LE VŒU,

qu'un crédit important soit mis à la disposition du Comité national des sciences biologiques pour assurer les frais de mission de la délégation de 32 savants de la France métropolitaine ou d'Outre-mer, qu'elle se propose de constituer.

La séance est levée à 16 h 30 m.

R. C.